



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°323



CAPU0323

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 4 et du produit de 6 par 2.
- **B** est le produit de la somme de 4 et 6 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 \times 5)^2 \quad D = (3 + 4) \times 9 \quad E = (10 + 2) \div 3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

533 divisé par 7 1 085 divisé par 24

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 119 par 8 ? Justifier.

$$(a) 119 = 8 \times 15 - 1 \quad (b) 119 = 8 \times 14 + 7 \quad (c) 119 = 8 \times 13 + 15$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 148 pages. Nina en lit 20 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 678					
715					
6 237					
8 710					
951					

2. Dans le nombre $7\square 0$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 61 est un multiple de 4.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°323



CAPU0323

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 65 - 6 \times 4 \quad B = 12 \div 3 \times 4$$

$$C = (7 \times 9 - 6) \div 2 \quad D = 3 \times [27 - (4 + 5)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 + 9 - 5 + 9 = 0 \quad 5 \times 2 + 7 + 4 = 49$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 24 \times 99 \quad F = 14 + 12,6 + 86 \quad G = 38 \times 17 + 38 \times 83$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,1 \times 1,1 \quad 6 + 6 + 6 \quad 12 \times 12 \quad 2 \times 2 \times 2$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 3^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad 1^3 = 1 \quad (1 + 3)^2 = 1^2 + 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

98 ; 34 ; 8 ; 112 ; 121 ; 100

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 4^2 - 3 \quad B = (4 \times 4)^2 - 3$$

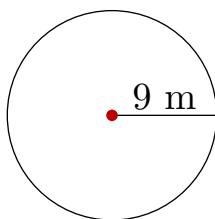
$$C = 1^2 + 2^2 \quad D = (1 + 2)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 30 = 11x$ est-elle vraie pour $x = 6$? Pour $x = 3$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 9 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 253 et 307.
Je suis divisible par 2.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divi-



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°323



CAPU0323

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 4 + 6 \times 2 = 4 + 12 = 16$

$$B = (4 + 6) \times 2 = 10 \times 2 = 20$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 \times 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 5.

$$D = (3 + 4) \times 9 \text{ est un } \mathbf{produit} : \text{c'est le produit de la somme de 3 et 4 par 9.}$$

$$E = (10 + 2) \div 3 \text{ est un } \mathbf{quotient} : \text{c'est le quotient de la somme de 10 et 2 par 3.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 76 = 532 \leq 533 < 539 = 7 \times 77$: le quotient est 76, le reste $533 - 532 = 1$.

$$533 = 7 \times 76 + 1, \text{ avec } 1 < 7.$$

$$24 \times 45 = 1\,080 \leq 1\,085 < 1\,104 = 24 \times 46 : \text{le quotient est 45, le reste } 1\,085 - 1\,080 = 5.$$

$$1\,085 = 24 \times 45 + 5, \text{ avec } 5 < 24.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $119 = 8 \times 15 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $119 = 8 \times 14 + 7$: le reste 7 est bien inférieur à 8. ✓

(c) $119 = 8 \times 13 + 15$: le « reste » 15 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 14, reste 7.

Comme $7 < 14$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 119 par 14 : quotient 8, reste 7.

3. $148 = 20 \times 7 + 8$

En 7 soirs, elle lit 140 pages ; il lui en reste encore 8.

a) Il lui faut $7 + 1 = 8$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 8 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 678	oui	non	non	non	non
715	non	non	oui	non	non
6 237	non	oui	non	oui	non
8 710	oui	non	oui	non	oui
951	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°323



CAPU0323

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 5\,678 &\rightarrow 5 + 6 + 7 + 8 = 26 & 715 &\rightarrow 7 + 1 + 5 = 13 & 6\,237 &\rightarrow 6 + 2 + 3 + 7 = 18 \\ 8\,710 &\rightarrow 8 + 7 + 1 + 0 = 16 & 951 &\rightarrow 9 + 5 + 1 = 15 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $7 + \square + 0 = 7 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 2 : 9$$

Une seule solution : 720.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 84 est divisible par 3 ($84 = 3 \times 28$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 12, n'est pas dans la table de 9).

« 61 est un multiple de 4. » **Faux.** $61 = 4 \times 15 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 65 - 6 \times 4 = 65 - 24 = 41$

$$B = 12 \div 3 \times 4 = 4 \times 4 = 16$$

$$C = (7 \times 9 - 6) \div 2 = (63 - 6) \div 2 = 57 \div 2 = 28,5$$

$$D = 3 \times [27 - (4 + 5)] = 3 \times [27 - 9] = 3 \times 18 = 54$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 + 9 - (5 + 9) = 5 + 9 - 14 = 14 - 14 = 0$$

$$5 \times (2 + 7) + 4 = 5 \times 9 + 4 = 45 + 4 = 49$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 24 \times 99 = 24 \times (100 - 1) = 24 \times 100 - 24 \times 1 = 2\,400 - 24 = 2\,376$$

$$F = 14 + 12,6 + 86 = 14 + 86 + 12,6 = 100 + 12,6 = 112,6$$

$$G = 38 \times 17 + 38 \times 83 = 38 \times (17 + 83) = 38 \times 100 = 3\,800$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $12 \times 12 = 12^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

$$\text{« } (1 + 3)^2 = 1^2 + 3^2 \text{ » Faux. } (1 + 3)^2 = 4^2 = 16, \text{ alors que } 1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 34 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 34 < 36 = 6^2)$$

$$98 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 98 < 100 = 10^2) \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$

$$112 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 112 < 121 = 11^2) \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 4^2 - 3 = 4 \times 16 - 3 = 64 - 3 = 61$

$$B = (4 \times 4)^2 - 3 = 16^2 - 3 = 256 - 3 = 253$$

$$C = 1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5$$

$$D = (1 + 2)^2 = 3^2 = 9$$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×4 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On calcule séparément chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } x = 6 : x^2 + 30 = 6^2 + 30 = 36 + 30 = 66 \text{ et } 11x = 11 \times 6 = 66.$$

66 = 66 : l'égalité est vraie pour $x = 6$.

$$\text{Pour } x = 3 : x^2 + 30 = 3^2 + 30 = 9 + 30 = 39 \text{ et } 11x = 11 \times 3 = 33.$$

39 $\neq$ 33 : l'égalité est fausse pour $x = 3$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 5$, et seulement pour 6 et 5.)

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 9^2 = \pi \times 81 = 81\pi$

a) L'aire exacte est $81\pi \text{ m}^2$.

$$81 \times 3,14 = 254,34$$

b) L'aire vaut environ 254 m^2 .

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 9^2$, et non $(\pi \times 9)^2$. On élève 9 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 253 et 307. » $\rightarrow$ encore 53 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 256, 289.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 289.

Le nombre mystère est 289 ($289 = 17^2$).