



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°324



CAPU0324

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 27 et 9 par 3.
- **B** est la somme de 27 et du quotient de 9 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 8^2 - 37 \quad \mathbf{D} = 5 \times (7 - 5) \quad \mathbf{E} = (2 \times 6)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

233 divisé par 8 1 123 divisé par 25

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 146 par 6 ? Justifier.

$$(a) 146 = 6 \times 24 + 2 \quad (b) 146 = 6 \times 23 + 8 \quad (c) 146 = 6 \times 25 - 4$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 50 élèves en sortie dans des minibus de 16 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
565					
861					
4 329					
3 206					
3 600					

2. Dans le nombre $1\square7$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 83 est un multiple de 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°324



CAPU0324

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 15 + 4 \times 3 \quad B = 56 \div 8 \times 2$$

$$C = 74 - 2 \times (18 - 9) \quad D = [3 + 3 \times (7 - 3)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 \times 4 - 9 + 3 = 16 \quad 9 \times 7 + 4 - 6 = 45$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 3,6 \times 0,8 + 3,6 \times 0,2 \quad F = 30 + 12,6 + 70 \quad G = 28 \times 11$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$8 + 8 + 8 \quad 3 \times 3 \times 3 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 2^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2 \times 6^2 = 12^2 \quad (5 + 3)^2 = 5^2 + 3^2 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

49 ; 102 ; 41 ; 112 ; 121 ; 8

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 6^2 - 9 \quad B = (2 \times 6)^2 - 9$$

$$C = 4^2 + 2^2 \quad D = (4 + 2)^2$$

2. On pose $A = 4x^2 - 9$ et $B = (4x)^2 - 9$. Calculer A et B pour $x = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 102 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 51. Je suis le carré d'un nombre entier. Je ne suis pas divisible par 9.
Mon chiffre des unités est 6.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (27 + 9) \div 3 = 36 \div 3 = 12$

$B = 27 + 9 \div 3 = 27 + 3 = 30$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 8^2 - 37$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 8 et 37.

$D = 5 \times (7 - 5)$ est un **produit** : c'est le produit de 5 par la différence entre 7 et 5.

$E = (2 \times 6)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 6.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 29 = 232 \leq 233 < 240 = 8 \times 30$: le quotient est 29, le reste $233 - 232 = 1$.

$233 = 8 \times 29 + 1$, avec $1 < 8$.

$25 \times 44 = 1\,100 \leq 1\,123 < 1\,125 = 25 \times 45$: le quotient est 44, le reste $1\,123 - 1\,100 = 23$.

$1\,123 = 25 \times 44 + 23$, avec $23 < 25$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 6 » :

(a) $146 = 6 \times 24 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 6. ✓

(b) $146 = 6 \times 23 + 8$: le « reste » 8 est plus grand que 6, on pouvait encore mettre 6 une fois de plus.

(c) $146 = 6 \times 25 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 24, reste 2.

Comme $2 < 24$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 146 par 24 : quotient 6, reste 2.

3. $50 = 16 \times 3 + 2$

3 minibus pleins transportent 48 élèves ; il en reste 2 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $3 + 1 = 4$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $16 - 2 = 14$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°324



CAPU0324

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
565	non	non	oui	non	non
861	non	oui	non	non	non
4 329	non	oui	non	oui	non
3 206	oui	non	non	non	non
3 600	oui	oui	oui	oui	oui

Sommes des chiffres :

$$565 \rightarrow 5 + 6 + 5 = 16 \quad 861 \rightarrow 8 + 6 + 1 = 15 \quad 4\,329 \rightarrow 4 + 3 + 2 + 9 = 18$$

$$3\,206 \rightarrow 3 + 2 + 0 + 6 = 11 \quad 3\,600 \rightarrow 3 + 6 + 0 + 0 = 9$$

2. Somme des chiffres : $1 + \square + 7 = 8 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 1 : 9$$

Une seule solution : 117.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux**. Contre-exemple : 73 se termine par 3, mais $73 = 3 \times 24 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 83 est un multiple de 5. » **Faux**. $83 = 5 \times 16 + 3$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 15 + 4 \times 3 = 15 + 12 = 27$

$$B = 56 \div 8 \times 2 = 7 \times 2 = 14$$

$$C = 74 - 2 \times (18 - 9) = 74 - 2 \times 9 = 74 - 18 = 56$$

$$D = [3 + 3 \times (7 - 3)] \div 2 = [3 + 3 \times 4] \div 2 = [3 + 12] \div 2 = 15 \div 2 = 7,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 \times 4 - (9 + 3) = 7 \times 4 - 12 = 28 - 12 = 16$$

$$9 \times (7 + 4 - 6) = 9 \times (11 - 6) = 9 \times 5 = 45$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 3,6 \times 0,8 + 3,6 \times 0,2 = 3,6 \times (0,8 + 0,2) = 3,6 \times 1 = 3,6$$

$$F = 30 + 12,6 + 70 = 30 + 70 + 12,6 = 100 + 12,6 = 112,6$$

$$G = 28 \times 11 = 28 \times (10 + 1) = 28 \times 10 + 28 \times 1 = 280 + 28 = 308$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°324



CAPU0324

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $6 \times 6 = 6^2$

$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $8^3 = 512$.

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$

3. « $2 \times 6^2 = 12^2$ » **Faux.** $2 \times 6^2 = 2 \times 36 = 72$, alors que $12^2 = 144$. Le carré ne porte que sur 6.

« $(5 + 3)^2 = 5^2 + 3^2$ » **Faux.** $(5 + 3)^2 = 8^2 = 64$, alors que $5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$.

« $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$8 = 2^3$: **cube** 41 : ni l'un ni l'autre ($6^2 = 36 < 41 < 49 = 7^2$)

$49 = 7^2$: **carré** 102 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 102 < 121 = 11^2$)

112 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 112 < 121 = 11^2$) $121 = 11^2$: **carré**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 6^2 - 9 = 2 \times 36 - 9 = 72 - 9 = 63$

$B = (2 \times 6)^2 - 9 = 12^2 - 9 = 144 - 9 = 135$

$C = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$

$D = (4 + 2)^2 = 6^2 = 36$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$A = 4x^2 - 9 = 4 \times 4^2 - 9 = 4 \times 16 - 9 = 64 - 9 = 55$

$B = (4x)^2 - 9 = (4 \times 4)^2 - 9 = 16^2 - 9 = 256 - 9 = 247$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 4x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 102 :

$10^2 = 100 \leq 102$ et $11^2 = 121 > 102$.

a) **Elle mettra 10 dalles sur chaque côté.**

$102 - 100 = 2$

b) **Il lui restera 2 dalles.**

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 51. » $\rightarrow$ encore 49 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 4, 9, 16, 25, 36, 49.

« Je ne suis pas divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 4, 16, 25, 49.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 16.

Le nombre mystère est 16 ($16 = 4^2$).