



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°325



CAPU0325

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 9 et du quotient de 9 par 3.
- **B** est le quotient de la somme de 9 et 9 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 \times 6)^2 \quad D = (6 + 39) \div 9 \quad E = 30 - 2 \times 7$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

293 divisé par 9 1 415 divisé par 28

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 195 par 6 ? Justifier.

$$(a) 195 = 6 \times 32 + 3 \quad (b) 195 = 6 \times 31 + 9 \quad (c) 195 = 6 \times 33 - 3$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collègue emmène 38 élèves en sortie dans des minibus de 8 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
2 760					
6 489					
7 126					
627					
685					

2. Dans le nombre $1\square3$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 5 est un diviseur de 110.



Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 72 - 3 \times 7 \quad B = 20 \div 4 \times 3$$

$$C = (3 + 11) \times 6 - 3 \quad D = [3 + 6 \times (12 - 2)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 \times 4 - 6 + 7 = 19 \quad 8 - 2 + 2 \times 5 = 40$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 12,5 \times 0,7 + 12,5 \times 0,3 \quad F = 2 \times 39 \times 50 \quad G = 43 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$12 \times 12 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 7 + 7 + 7 \quad 0,4 \times 0,4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 4^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad 0^2 = 0 \quad 3^2 = 6$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

1 000 ; 64 ; 49 ; 108 ; 147 ; 121

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 5^2 - 9 \quad B = (5 \times 5)^2 - 9$$

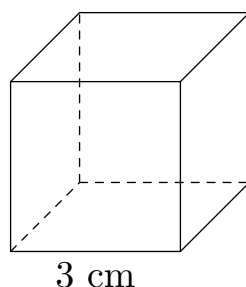
$$C = 7^2 + 6^2 \quad D = (7 + 6)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 5 = 6x$ est-elle vraie pour $x = 2$? Pour $x = 1$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 3 cm d'arête.



3 cm

a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 287 et 352.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 4.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 9 + 9 \div 3 = 9 + 3 = 12$

$B = (9 + 9) \div 3 = 18 \div 3 = 6$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 \times 6)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 6.

$D = (6 + 39) \div 9$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 6 et 39 par 9.

$E = 30 - 2 \times 7$ est une **différence** : c'est la différence entre 30 et le produit de 2 par 7.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 32 = 288 \leq 293 < 297 = 9 \times 33$: le quotient est 32, le reste $293 - 288 = 5$.

$293 = 9 \times 32 + 5$, avec $5 < 9$.

$28 \times 50 = 1\,400 \leq 1\,415 < 1\,428 = 28 \times 51$: le quotient est 50, le reste $1\,415 - 1\,400 = 15$.

$1\,415 = 28 \times 50 + 15$, avec $15 < 28$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 6 » :

(a) $195 = 6 \times 32 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 6. ✓

(b) $195 = 6 \times 31 + 9$: le « reste » 9 est plus grand que 6, on pouvait encore mettre 6 une fois de plus.

(c) $195 = 6 \times 33 - 3$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 32, reste 3.

Comme $3 < 32$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 195 par 32 : quotient 6, reste 3.

3. $38 = 8 \times 4 + 6$

4 minibus pleins transportent 32 élèves ; il en reste 6 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $4 + 1 = 5$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $8 - 6 = 2$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
2 760	oui	oui	oui	non	oui
6 489	non	oui	non	oui	non
7 126	oui	non	non	non	non
627	non	oui	non	non	non
685	non	non	oui	non	non

Sommes des chiffres :

$$2\ 760 \rightarrow 2 + 7 + 6 + 0 = 15 \quad 6\ 489 \rightarrow 6 + 4 + 8 + 9 = 27 \quad 7\ 126 \rightarrow 7 + 1 + 2 + 6 = 16$$

$$627 \rightarrow 6 + 2 + 7 = 15 \quad 685 \rightarrow 6 + 8 + 5 = 19$$

2. Somme des chiffres : $1 + \square + 3 = 4 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 6; \square = 5 : 9; \square = 8 : 12$$

3 solutions : 123, 153, 183.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 74 est pair mais $74 = 3 \times 24 + 2$.
« 5 est un diviseur de 110. » **Vrai.** $110 = 5 \times 22$: le reste de la division de 110 par 5 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, de gauche à droite.

1. $A = 72 - 3 \times 7 = 72 - 21 = 51$

$$B = 20 \div 4 \times 3 = 5 \times 3 = 15$$

$$C = (3 + 11) \times 6 - 3 = 14 \times 6 - 3 = 84 - 3 = 81$$

$$D = [3 + 6 \times (12 - 2)] \div 5 = [3 + 6 \times 10] \div 5 = [3 + 60] \div 5 = 63 \div 5 = 12,6$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$8 \times 4 - (6 + 7) = 8 \times 4 - 13 = 32 - 13 = 19$$

$$(8 - 2 + 2) \times 5 = (6 + 2) \times 5 = 8 \times 5 = 40$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 12,5 \times 0,7 + 12,5 \times 0,3 = 12,5 \times (0,7 + 0,3) = 12,5 \times 1 = 12,5$$

$$F = 2 \times 39 \times 50 = 2 \times 50 \times 39 = 100 \times 39 = 3\ 900$$

$$G = 43 \times 99 = 43 \times (100 - 1) = 43 \times 100 - 43 \times 1 = 4\ 300 - 43 = 4\ 257$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°325



CAPU0325

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $12 \times 12 = 12^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$

$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $7^3 = 343$.

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux**. $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

« $0^2 = 0$ » **Vrai**. $0 \times 0 = 0$.

« $3^2 = 6$ » **Faux**. $3^2 = 3 \times 3 = 9$. L'exposant ne multiplie pas : $3 \times 2 = 6$, c'est le double.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$49 = 7^2$: **carré** $64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube !**

108 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 108 < 121 = 11^2$) $121 = 11^2$: **carré**

147 : ni l'un ni l'autre ($12^2 = 144 < 147 < 169 = 13^2$) $1\ 000 = 10^3$: **cube**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 5^2 - 9 = 5 \times 25 - 9 = 125 - 9 = 116$

$B = (5 \times 5)^2 - 9 = 25^2 - 9 = 625 - 9 = 616$

$C = 7^2 + 6^2 = 49 + 36 = 85$

$D = (7 + 6)^2 = 13^2 = 169$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 2$: $x^2 + 5 = 2^2 + 5 = 4 + 5 = 9$ et $6x = 6 \times 2 = 12$.

$9 \neq 12$: l'égalité est fausse pour $x = 2$.

Pour $x = 1$: $x^2 + 5 = 1^2 + 5 = 1 + 5 = 6$ et $6x = 6 \times 1 = 6$.

$6 = 6$: l'égalité est vraie pour $x = 1$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 5$, et seulement pour 1 et 5.)

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 3 petits cubes sur 3 : $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

a) On voit 9 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 3 couches de 9 petits cubes : $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$.

b) Il a utilisé 27 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $3 - 2 = 1$ petits cubes d'arête. $1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$.

c) 1 petit cube n'a aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 287 et 352. » $\rightarrow$ encore 64 possibilités.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°325



CAPU0325

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 289, 324.

« Mon chiffre des unités est 4. » $\rightarrow$ reste : 324.

Le nombre mystère est 324 ($324 = 18^2$).