



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°326



CAPU0326

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 9 et du produit de 6 par 2.
- **B** est le produit de la somme de 9 et 6 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 9 - 4 \times 2 \quad \mathbf{D} = 6 \times (9 - 4) \quad \mathbf{E} = 9^2 + 1^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$593 \text{ divisé par } 8 \quad 1\,926 \text{ divisé par } 12$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 479 par 13 ? Justifier.

$$(a) 479 = 13 \times 37 - 2 \quad (b) 479 = 13 \times 35 + 24 \quad (c) 479 = 13 \times 36 + 11$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 32 cartes entre 7 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
951					
9 510					
815					
2 403					
3 586					

2. Dans le nombre $34\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 3 est un diviseur de 45.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°326



CAPU0326

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 53 - 7 + 9 \quad B = 3 + 48 \div 6 \times 2$$

$$C = (9 + 6) \times 5 - 2 \quad D = 5 \times [22 - (4 + 9)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 + 8 + 7 \times 2 = 39 \quad 3 \times 2 \times 5 - 6 = 12$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 45 \times 101 \quad F = 1,5 \times 0,8 + 1,5 \times 0,2 \quad G = 26 + 5,05 + 74$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$10 \times 10 \quad 5 \times 5 \times 5 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 5 + 5 + 5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 3^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad 8^2 = 16 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

$$64; 111; 60; 144; 81; 125$$

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 6^2 - 8 \quad B = (5 \times 6)^2 - 8$$

$$C = 2^2 + 3^2 \quad D = (2 + 3)^2$$

2. On pose $A = 5a^2 - 2$ et $B = (5a)^2 - 2$. Calculer A et B pour $a = 3$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 94 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 15 et 71.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°326



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 9 + 6 \times 2 = 9 + 12 = 21$

$B = (9 + 6) \times 2 = 15 \times 2 = 30$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 9 - 4 \times 2$ est une **différence** : c'est la différence entre 9 et le produit de 4 par 2.

$D = 6 \times (9 - 4)$ est un **produit** : c'est le produit de 6 par la différence entre 9 et 4.

$E = 9^2 + 1^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 9 et de 1.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 74 = 592 \leq 593 < 600 = 8 \times 75$: le quotient est 74, le reste $593 - 592 = 1$.

$593 = 8 \times 74 + 1$, avec $1 < 8$.

$12 \times 160 = 1\,920 \leq 1\,926 < 1\,932 = 12 \times 161$: le quotient est 160, le reste $1\,926 - 1\,920 = 6$.

$1\,926 = 12 \times 160 + 6$, avec $6 < 12$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 13 » :

(a) $479 = 13 \times 37 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $479 = 13 \times 35 + 24$: le « reste » 24 est plus grand que 13, on pouvait encore mettre 13 une fois de plus.

(c) $479 = 13 \times 36 + 11$: le reste 11 est bien inférieur à 13. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 36, reste 11.

Comme $11 < 36$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 479 par 36 : quotient 13, reste 11.

3. $32 = 7 \times 4 + 4$, avec $4 < 7$

a) **Chaque joueur reçoit 4 cartes.**

b) **La pioche contient 4 cartes.**

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 7 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
951	non	oui	non	non	non
9 510	oui	oui	oui	non	oui
815	non	non	oui	non	non
2 403	non	oui	non	oui	non
3 586	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°326



CAPU0326

Sommes des chiffres :

$$951 \rightarrow 9 + 5 + 1 = 15 \quad 9\,510 \rightarrow 9 + 5 + 1 + 0 = 15 \quad 815 \rightarrow 8 + 1 + 5 = 14$$
$$2\,403 \rightarrow 2 + 4 + 0 + 3 = 9 \quad 3\,586 \rightarrow 3 + 5 + 8 + 6 = 22$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $3 + 4 + \square = 7 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 12$$

Une seule solution : 345.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 954, somme des chiffres 18.

« 3 est un diviseur de 45. » **Vrai.** $45 = 3 \times 15$: le reste de la division de 45 par 3 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 53 - 7 + 9 = 46 + 9 = 55$

$$B = 3 + 48 \div 6 \times 2 = 3 + 8 \times 2 = 3 + 16 = 19$$

$$C = (9 + 6) \times 5 - 2 = 15 \times 5 - 2 = 75 - 2 = 73$$

$$D = 5 \times [22 - (4 + 9)] = 5 \times [22 - 13] = 5 \times 9 = 45$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$9 + (8 + 7) \times 2 = 9 + 15 \times 2 = 9 + 30 = 39$$

$$3 \times (2 \times 5 - 6) = 3 \times (10 - 6) = 3 \times 4 = 12$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 45 \times 101 = 45 \times (100 + 1) = 45 \times 100 + 45 \times 1 = 4\,500 + 45 = 4\,545$$

$$F = 1,5 \times 0,8 + 1,5 \times 0,2 = 1,5 \times (0,8 + 0,2) = 1,5 \times 1 = 1,5$$

$$G = 26 + 5,05 + 74 = 26 + 74 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $10 \times 10 = 10^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$

$$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 5^3 = 125.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

$$\text{« } 8^2 = 16 \text{ » Faux. } 8^2 = 8 \times 8 = 64. \text{ L'exposant ne multiplie pas : } 8 \times 2 = 16, \text{ c'est le double.}$$

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$, qui n'est le carré d'aucun entier ($3^2 = 9$ et $4^2 = 16$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$60 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 60 < 64 = 8^2) \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 111 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 111 < 121 = 11^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°326



CAPU0326

$$125 = 5^3 : \text{cube} \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 6^2 - 8 = 5 \times 36 - 8 = 180 - 8 = 172$

$$B = (5 \times 6)^2 - 8 = 30^2 - 8 = 900 - 8 = 892$$

$$C = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$$

$$D = (2 + 3)^2 = 5^2 = 25$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×6 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace a par 3 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 5a^2 - 2 = 5 \times 3^2 - 2 = 5 \times 9 - 2 = 45 - 2 = 43$$

$$B = (5a)^2 - 2 = (5 \times 3)^2 - 2 = 15^2 - 2 = 225 - 2 = 223$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 5a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 94 :

$$9^2 = 81 \leq 94 \text{ et } 10^2 = 100 > 94.$$

a) Elle mettra 9 dalles sur chaque côté.

$$94 - 81 = 13$$

b) Il lui restera 13 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 15 et 71. » $\rightarrow$ encore 55 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 16, 25, 36, 49, 64.

« Je suis divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 36.

Le nombre mystère est 36 ($36 = 6^2$).