



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°327



CAPU0327

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 15 et 9 par 7.
- **B** est la somme de 15 et du produit de 9 par 7.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 \times 4)^2 \quad D = 5^2 - 7 \quad E = 3 + 54 \div 9$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

491 divisé par 3 1 994 divisé par 17

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 88 par 9 ? Justifier.

$$(a) 88 = 9 \times 8 + 16 \quad (b) 88 = 9 \times 9 + 7 \quad (c) 88 = 9 \times 10 - 2$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 57 élèves en sortie dans des minibus de 9 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
365					
7 360					
5 967					
987					
7 352					

2. Dans le nombre $81\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 188 est un multiple de 7.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°327



CAPU0327

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 10 + 4 \times 8 \quad B = 25 \div 5 \times 3$$

$$C = (3 + 8) \times 4 - 19 \quad D = [8 + 6 \times (7 - 2)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 \times 3 \times 2 - 5 = 6 \quad 5 - 2 + 9 - 7 = 1$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 17 \times 11 \quad F = 77 + 7,8 + 23 \quad G = 45 \times 21 + 45 \times 79$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,5 \times 1,5 \quad 5 + 5 + 5 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 8 \times 8$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 5^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 5^3 = 15 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

35 ; 125 ; 144 ; 16 ; 126 ; 26

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 3^2 - 3 \quad B = (3 \times 3)^2 - 3$$

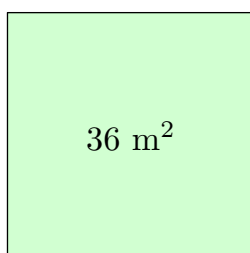
$$C = 5^2 + 3^2 \quad D = (5 + 3)^2$$

2. On pose $A = 5a^2 - 9$ et $B = (5a)^2 - 9$. Calculer A et B pour $a = 2$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 36 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 252 et 308.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°327



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (15 + 9) \times 7 = 24 \times 7 = 168$

$B = 15 + 9 \times 7 = 15 + 63 = 78$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 \times 4)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 4.

$D = 5^2 - 7$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 5 et 7.

$E = 3 + 54 \div 9$ est une **somme** : c'est la somme de 3 et du quotient de 54 par 9.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $3 \times 163 = 489 \leq 491 < 492 = 3 \times 164$: le quotient est 163, le reste $491 - 489 = 2$.

$491 = 3 \times 163 + 2$, avec $2 < 3$.

$17 \times 117 = 1\,989 \leq 1\,994 < 2\,006 = 17 \times 118$: le quotient est 117, le reste $1\,994 - 1\,989 = 5$.

$1\,994 = 17 \times 117 + 5$, avec $5 < 17$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $88 = 9 \times 8 + 16$: le « reste » 16 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

(b) $88 = 9 \times 9 + 7$: le reste 7 est bien inférieur à 9. ✓

(c) $88 = 9 \times 10 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 9, reste 7.

Comme $7 < 9$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 88 par 9 : quotient 9, reste 7.

3. $57 = 9 \times 6 + 3$

6 minibus pleins transportent 54 élèves ; il en reste 3 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $6 + 1 = 7$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $9 - 3 = 6$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°327



CAPU0327

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
365	non	non	oui	non	non
7 360	oui	non	oui	non	oui
5 967	non	oui	non	oui	non
987	non	oui	non	non	non
7 352	oui	non	non	non	non

Sommes des chiffres :

$$365 \rightarrow 3 + 6 + 5 = 14 \quad 7\,360 \rightarrow 7 + 3 + 6 + 0 = 16 \quad 5\,967 \rightarrow 5 + 9 + 6 + 7 = 27$$

$$987 \rightarrow 9 + 8 + 7 = 24 \quad 7\,352 \rightarrow 7 + 3 + 5 + 2 = 17$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $8 + 1 + \square = 9 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 9$$

Une seule solution : 810.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 188 est un multiple de 7. » **Faux.** $188 = 7 \times 26 + 6$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 10 + 4 \times 8 = 10 + 32 = 42$

$$B = 25 \div 5 \times 3 = 5 \times 3 = 15$$

$$C = (3 + 8) \times 4 - 19 = 11 \times 4 - 19 = 44 - 19 = 25$$

$$D = [8 + 6 \times (7 - 2)] \div 2 = [8 + 6 \times 5] \div 2 = [8 + 30] \div 2 = 38 \div 2 = 19$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$6 \times (3 \times 2 - 5) = 6 \times (6 - 5) = 6 \times 1 = 6$$

$$5 - (2 + 9 - 7) = 5 - (11 - 7) = 5 - 4 = 1$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 17 \times 11 = 17 \times (10 + 1) = 17 \times 10 + 17 \times 1 = 170 + 17 = 187$$

$$F = 77 + 7,8 + 23 = 77 + 23 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

$$G = 45 \times 21 + 45 \times 79 = 45 \times (21 + 79) = 45 \times 100 = 4\,500$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $8 \times 8 = 8^2$

$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $5^3 = 125$.

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $40^2 = 40 \times 40 = 1\ 600$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux**. Contre-exemple : $1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17$, qui n'est le carré d'aucun entier ($4^2 = 16$ et $5^2 = 25$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

« $5^3 = 15$ » **Faux**. $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$, et non 3×5 .

« $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai**. $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$16 = 4^2$: **carré** 26 : ni l'un ni l'autre ($5^2 = 25 < 26 < 36 = 6^2$)

35 : ni l'un ni l'autre ($5^2 = 25 < 35 < 36 = 6^2$) $125 = 5^3$: **cube**

126 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 126 < 144 = 12^2$) $144 = 12^2$: **carré**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 3^2 - 3 = 3 \times 9 - 3 = 27 - 3 = 24$

$B = (3 \times 3)^2 - 3 = 9^2 - 3 = 81 - 3 = 78$

$C = 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$

$D = (5 + 3)^2 = 8^2 = 64$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×3 . Et $C \neq D$: le **carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace a par 2 en rétablissant les signes $\times$.

$A = 5a^2 - 9 = 5 \times 2^2 - 9 = 5 \times 4 - 9 = 20 - 9 = 11$

$B = (5a)^2 - 9 = (5 \times 2)^2 - 9 = 10^2 - 9 = 100 - 9 = 91$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 5a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 36 : $6 \times 6 = 36$, c'est-à-dire $6^2 = 36$.

a) Le côté mesure 6 m.

$4 \times 6 = 24$

b) Le périmètre est de 24 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 $\times$ côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 252 et 308. » $\rightarrow$ encore 55 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 256, 289.

« Mon chiffre des unités est 9. » $\rightarrow$ reste : 289.

Le nombre mystère est 289 ($289 = 17^2$).