



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°328



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 36 et du quotient de 36 par 4.
- **B** est le quotient de la somme de 36 et 36 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 6 + 5 \times 8 \quad \mathbf{D} = (2 \times 4)^2 \quad \mathbf{E} = (3 + 7) \times 4$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

301 divisé par 4 1 817 divisé par 14

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 76 par 7 ? Justifier.

$$(a) 76 = 7 \times 9 + 13 \quad (b) 76 = 7 \times 11 - 1 \quad (c) 76 = 7 \times 10 + 6$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 93 élèves en sortie dans des minibus de 16 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
955					
8 198					
4 510					
867					
3 807					

2. Dans le nombre $87\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 7 est un diviseur de 91.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°328



CAPU0328

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 40 - 8 + 11 \quad B = 56 \div 7 \times 2$$

$$C = 71 - 5 \times (14 - 9) \quad D = 2,1 + 4 \times 0,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 \times 6 \times 6 - 9 = 135 \quad 2 + 8 + 2 \times 9 = 108$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 24 \times 84 + 24 \times 16 \quad F = 16 \times 11 \quad G = 32 + 7,8 + 68$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$12 \times 12 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 5 \times 5 \times 5 \quad 2 + 2 + 2$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 3^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad (4 + 3)^2 = 4^2 + 3^2 \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

88 ; 144 ; 105 ; 25 ; 24 ; 27

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 4^2 - 6 \quad B = (2 \times 4)^2 - 6$$

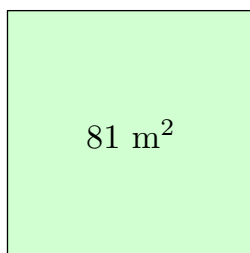
$$C = 1^2 + 5^2 \quad D = (1 + 5)^2$$

2. Calculer l'expression $x^2 + 7x$ pour $x = 5$, puis pour $x = 0,5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 81 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 112 et 161.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 1.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°328



CAPU0328

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 36 + 36 \div 4 = 36 + 9 = 45$

$$B = (36 + 36) \div 4 = 72 \div 4 = 18$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 6 + 5 \times 8$ est une **somme** : c'est la somme de 6 et du produit de 5 par 8.

$D = (2 \times 4)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 4.

$E = (3 + 7) \times 4$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 3 et 7 par 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 75 = 300 \leq 301 < 304 = 4 \times 76$: le quotient est 75, le reste $301 - 300 = 1$.

$$301 = 4 \times 75 + 1, \text{ avec } 1 < 4.$$

$14 \times 129 = 1\,806 \leq 1\,817 < 1\,820 = 14 \times 130$: le quotient est 129, le reste $1\,817 - 1\,806 = 11$.

$$1\,817 = 14 \times 129 + 11, \text{ avec } 11 < 14.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $76 = 7 \times 9 + 13$: le « reste » 13 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

(b) $76 = 7 \times 11 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $76 = 7 \times 10 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 7. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 10, reste 6.

Comme $6 < 10$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 76 par 10 : quotient 7, reste 6.

3. $93 = 16 \times 5 + 13$

5 minibus pleins transportent 80 élèves ; il en reste 13 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $5 + 1 = 6$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $16 - 13 = 3$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
955	non	non	oui	non	non
8 198	oui	non	non	non	non
4 510	oui	non	oui	non	oui
867	non	oui	non	non	non
3 807	non	oui	non	oui	non

Sommes des chiffres :

$$955 \rightarrow 9 + 5 + 5 = 19 \quad 8\ 198 \rightarrow 8 + 1 + 9 + 8 = 26 \quad 4\ 510 \rightarrow 4 + 5 + 1 + 0 = 10$$

$$867 \rightarrow 8 + 6 + 7 = 21 \quad 3\ 807 \rightarrow 3 + 8 + 0 + 7 = 18$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $8 + 7 + \square = 15 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 15$$

Une seule solution : 870.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux**. Contre-exemple : 10 est pair mais $10 = 3 \times 3 + 1$.

« 7 est un diviseur de 91. » **Vrai**. $91 = 7 \times 13$: le reste de la division de 91 par 7 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 40 - 8 + 11 = 32 + 11 = 43$

$$B = 56 \div 7 \times 2 = 8 \times 2 = 16$$

$$C = 71 - 5 \times (14 - 9) = 71 - 5 \times 5 = 71 - 25 = 46$$

$$D = 2,1 + 4 \times 0,5 = 2,1 + 2 = 4,1$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 \times (6 \times 6 - 9) = 5 \times (36 - 9) = 5 \times 27 = 135$$

$$(2 + 8 + 2) \times 9 = (10 + 2) \times 9 = 12 \times 9 = 108$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 24 \times 84 + 24 \times 16 = 24 \times (84 + 16) = 24 \times 100 = 2\ 400$$

$$F = 16 \times 11 = 16 \times (10 + 1) = 16 \times 10 + 16 \times 1 = 160 + 16 = 176$$

$$G = 32 + 7,8 + 68 = 32 + 68 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°328



CAPU0328

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $12 \times 12 = 12^2$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $2^3 = 8$.

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $40^2 = 40 \times 40 = 1\ 600$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux**. Contre-exemple : $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$, qui n'est le carré d'aucun entier ($3^2 = 9$ et $4^2 = 16$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

« $(4 + 3)^2 = 4^2 + 3^2$ » **Faux**. $(4 + 3)^2 = 7^2 = 49$, alors que $4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$.

« $0^2 = 0$ » **Vrai**. $0 \times 0 = 0$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

24 : ni l'un ni l'autre ($4^2 = 16 < 24 < 25 = 5^2$) $25 = 5^2$: **carré**

$27 = 3^3$: **cube** 88 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 88 < 100 = 10^2$)

105 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 105 < 121 = 11^2$) $144 = 12^2$: **carré**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 4^2 - 6 = 2 \times 16 - 6 = 32 - 6 = 26$

$B = (2 \times 4)^2 - 6 = 8^2 - 6 = 64 - 6 = 58$

$C = 1^2 + 5^2 = 1 + 25 = 26$

$D = (1 + 5)^2 = 6^2 = 36$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×4 . Et $C \neq D$: le **carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $x = 5$: $x^2 + 7x = 5^2 + 7 \times 5 = 25 + 7 \times 5 = 25 + 35 = 60$

Pour $x = 0,5$: $x^2 + 7x = 0,5^2 + 7 \times 0,5 = 0,25 + 7 \times 0,5 = 0,25 + 3,5 = 3,75$

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 81 : $9 \times 9 = 81$, c'est-à-dire $9^2 = 81$.

a) **Le côté mesure 9 m.**

$4 \times 9 = 36$

b) **Le périmètre est de 36 m.**

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 $\times$ côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 112 et 161. » $\rightarrow$ encore 48 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 121, 144.

« Mon chiffre des unités est 1. » $\rightarrow$ reste : 121.

Le nombre mystère est 121 ($121 = 11^2$).