



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°329



CAPU0329

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 30 et 6 par 4.
- **B** est la différence entre 30 et le produit de 6 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (2 \times 6)^2 \quad \mathbf{D} = 8 + 45 \div 5 \quad \mathbf{E} = 23 - 4 \times 2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

314 divisé par 4 1 315 divisé par 15

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 269 par 7 ? Justifier.

$$(a) 269 = 7 \times 37 + 10 \quad (b) 269 = 7 \times 39 - 4 \quad (c) 269 = 7 \times 38 + 3$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes jeudi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 115 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 115 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 110					
1 222					
9 783					
831					
335					

2. Dans le nombre $12\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 33 est un multiple de 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°329



CAPU0329

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 29 + 3 \times 5 \quad B = 13 + 16 \div 4 \times 4$$

$$C = 76 - 3 \times (20 - 4) \quad D = [8 + 4 \times (6 - 2)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 \times 2 \times 9 - 5 = 48 \quad 9 + 4 - 7 + 2 = 4$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 36 \times 101 \quad F = 48 \times 19 + 48 \times 81 \quad G = 2 \times 66 \times 50$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 \times 3 \times 3 \quad 5 \times 5 \quad 6 + 6 + 6 \quad 2,5 \times 2,5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 4^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad 2^3 = 6 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

121 ; 125 ; 64 ; 75 ; 87 ; 81

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 5^2 - 7 \quad B = (3 \times 5)^2 - 7$$

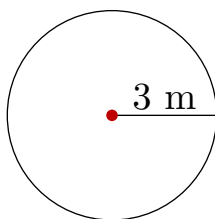
$$C = 2^2 + 3^2 \quad D = (2 + 3)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 5 = 6x$ est-elle vraie pour $x = 1$? Pour $x = 2$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 3 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 48 et 93.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 3.

Mon chiffre des unités est 4.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°329



CAPU0329

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (30 - 6) \times 4 = 24 \times 4 = 96$

$B = 30 - 6 \times 4 = 30 - 24 = 6$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 \times 6)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 6.

$D = 8 + 45 \div 5$ est une **somme** : c'est la somme de 8 et du quotient de 45 par 5.

$E = 23 - 4 \times 2$ est une **différence** : c'est la différence entre 23 et le produit de 4 par 2.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 78 = 312 \leq 314 < 316 = 4 \times 79$: le quotient est 78, le reste $314 - 312 = 2$.

$314 = 4 \times 78 + 2$, avec $2 < 4$.

$15 \times 87 = 1\,305 \leq 1\,315 < 1\,320 = 15 \times 88$: le quotient est 87, le reste $1\,315 - 1\,305 = 10$.

$1\,315 = 15 \times 87 + 10$, avec $10 < 15$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $269 = 7 \times 37 + 10$: le « reste » 10 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

(b) $269 = 7 \times 39 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $269 = 7 \times 38 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 7. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 38, reste 3.

Comme $3 < 38$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 269 par 38 : quotient 7, reste 3.

3. $115 = 7 \times 16 + 3$

a) 115 jours font 16 semaines complètes et 3 jours.

Après 16 semaines complètes, on est de nouveau jeudi. Il reste à avancer de 3 jours : jeudi → vendredi → samedi → dimanche.

b) Dans 115 jours, nous serons dimanche.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 110	oui	non	oui	non	oui
1 222	oui	non	non	non	non
9 783	non	oui	non	oui	non
831	non	oui	non	non	non
335	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°329



CAPU0329

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 9\ 110 &\rightarrow 9 + 1 + 1 + 0 = 11 & 1\ 222 &\rightarrow 1 + 2 + 2 + 2 = 7 & 9\ 783 &\rightarrow 9 + 7 + 8 + 3 = 27 \\ 831 &\rightarrow 8 + 3 + 1 = 12 & 335 &\rightarrow 3 + 3 + 5 = 11 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $1 + 2 + \square = 3 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 3$$

Une seule solution : 120.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 315, somme des chiffres 9.

« 33 est un multiple de 3. » **Vrai.** $33 = 3 \times 11$: le reste de la division de 33 par 3 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 29 + 3 \times 5 = 29 + 15 = 44$

$$B = 13 + 16 \div 4 \times 4 = 13 + 4 \times 4 = 13 + 16 = 29$$

$$C = 76 - 3 \times (20 - 4) = 76 - 3 \times 16 = 76 - 48 = 28$$

$$D = [8 + 4 \times (6 - 2)] \div 2 = [8 + 4 \times 4] \div 2 = [8 + 16] \div 2 = 24 \div 2 = 12$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$6 \times 2 \times (9 - 5) = 6 \times 2 \times 4 = 12 \times 4 = 48$$

$$9 + 4 - (7 + 2) = 9 + 4 - 9 = 13 - 9 = 4$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 36 \times 101 = 36 \times (100 + 1) = 36 \times 100 + 36 \times 1 = 3\ 600 + 36 = 3\ 636$$

$$F = 48 \times 19 + 48 \times 81 = 48 \times (19 + 81) = 48 \times 100 = 4\ 800$$

$$G = 2 \times 66 \times 50 = 2 \times 50 \times 66 = 100 \times 66 = 6\ 600$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $5 \times 5 = 5^2$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$$
 $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

« $2^3 = 6$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$, et non 3×2 .

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 75 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 75 < 81 = 9^2)$$

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 87 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 87 < 100 = 10^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°329



CAPU0329

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

$$1. A = 3 \times 5^2 - 7 = 3 \times 25 - 7 = 75 - 7 = 68$$

$$B = (3 \times 5)^2 - 7 = 15^2 - 7 = 225 - 7 = 218$$

$$C = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$$

$$D = (2 + 3)^2 = 5^2 = 25$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×5 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On calcule séparément chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } x = 1 : x^2 + 5 = 1^2 + 5 = 1 + 5 = 6 \text{ et } 6x = 6 \times 1 = 6.$$

6 = 6 : l'égalité est vraie pour $x = 1$.

$$\text{Pour } x = 2 : x^2 + 5 = 2^2 + 5 = 4 + 5 = 9 \text{ et } 6x = 6 \times 2 = 12.$$

9 $\neq$ 12 : l'égalité est fausse pour $x = 2$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 5$, et seulement pour 1 et 5.)

Exercice 7 — Correction

$$1. A = \pi \times 3^2 = \pi \times 9 = 9\pi$$

a) L'aire exacte est $9\pi \text{ m}^2$.

$$9 \times 3,14 = 28,26$$

b) L'aire vaut environ 28 m^2 .

Le carré porte sur le rayon seul : $\pi \times 3^2$, et non $(\pi \times 3)^2$. On élève 3 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 48 et 93. » $\rightarrow$ encore 44 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 49, 64, 81.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 49, 64.

« Mon chiffre des unités est 4. » $\rightarrow$ reste : 64.

Le nombre mystère est 64 ($64 = 8^2$ et $64 = 4^3$).