



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°33



CAPU0033

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 15 et 18 par 3.
- **B** est la somme de 15 et du quotient de 18 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 \times 5)^2 \quad D = 8 + 6 \times 9 \quad E = (2 + 8) \times 6$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

668 divisé par 5 780 divisé par 18

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 171 par 6 ? Justifier.

$$(a) 171 = 6 \times 27 + 9 \quad (b) 171 = 6 \times 29 - 3 \quad (c) 171 = 6 \times 28 + 3$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes lundi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 194 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 194 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 500					
987					
6 046					
1 539					
565					

2. Dans le nombre $75\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 162 est un multiple de 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°33



CAPU0033

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 40 - 15 + 15 \quad B = 17 + 36 \div 4 \times 2$$

$$C = (3 \times 7 - 5) \div 4 \quad D = 7,9 + 5 \times 2,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 + 3 \times 5 + 5 = 35 \quad 2 + 8 - 7 + 2 = 1$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 42 \times 9 \quad F = 38 \times 51 + 38 \times 49 \quad G = 2 \times 26 \times 5$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2 + 2 + 2 \quad 5 \times 5 \quad 1,5 \times 1,5 \quad 5 \times 5 \times 5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 2^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2 \times 6^2 = 12^2 \quad 0^2 = 0 \quad 0,3^2 = 0,9$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

136 ; 109 ; 36 ; 100 ; 125 ; 64

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 4^2 - 2 \quad B = (3 \times 4)^2 - 2$$

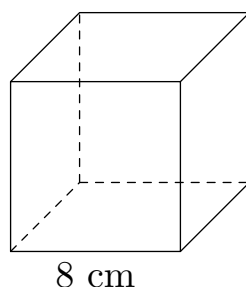
$$C = 2^2 + 4^2 \quad D = (2 + 4)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 12 = 8n$ est-elle vraie pour $n = 2$? Pour $n = 5$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 8 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 16 et 49.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°33



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (15 + 18) \div 3 = 33 \div 3 = 11$

$B = 15 + 18 \div 3 = 15 + 6 = 21$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 \times 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 5.

$D = 8 + 6 \times 9$ est une **somme** : c'est la somme de 8 et du produit de 6 par 9.

$E = (2 + 8) \times 6$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 2 et 8 par 6.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 133 = 665 \leq 668 < 670 = 5 \times 134$: le quotient est 133, le reste $668 - 665 = 3$.

$668 = 5 \times 133 + 3$, avec $3 < 5$.

$18 \times 43 = 774 \leq 780 < 792 = 18 \times 44$: le quotient est 43, le reste $780 - 774 = 6$.

$780 = 18 \times 43 + 6$, avec $6 < 18$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 6 » :

(a) $171 = 6 \times 27 + 9$: le « reste » 9 est plus grand que 6, on pouvait encore mettre 6 une fois de plus.

(b) $171 = 6 \times 29 - 3$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $171 = 6 \times 28 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 6. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 28, reste 3.

Comme $3 < 28$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 171 par 28 : quotient 6, reste 3.

3. $194 = 7 \times 27 + 5$

a) 194 jours font 27 semaines complètes et 5 jours.

Après 27 semaines complètes, on est de nouveau lundi. Il reste à avancer de 5 jours : lundi → mardi → mercredi → jeudi → vendredi → samedi.

b) Dans 194 jours, nous serons samedi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 500	oui	non	oui	non	oui
987	non	oui	non	non	non
6 046	oui	non	non	non	non
1 539	non	oui	non	oui	non
565	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°33



CAPU0033

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 8\,500 &\rightarrow 8 + 5 + 0 + 0 = 13 & 987 &\rightarrow 9 + 8 + 7 = 24 & 6\,046 &\rightarrow 6 + 0 + 4 + 6 = 16 \\ 1\,539 &\rightarrow 1 + 5 + 3 + 9 = 18 & 565 &\rightarrow 5 + 6 + 5 = 16 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $7 + 5 + \square = 12 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 12$$

Une seule solution : 750.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 783, somme des chiffres 18.

« 162 est un multiple de 9. » **Vrai.** $162 = 9 \times 18$: le reste de la division de 162 par 9 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 40 - 15 + 15 = 25 + 15 = 40$

$$B = 17 + 36 \div 4 \times 2 = 17 + 9 \times 2 = 17 + 18 = 35$$

$$C = (3 \times 7 - 5) \div 4 = (21 - 5) \div 4 = 16 \div 4 = 4$$

$$D = 7,9 + 5 \times 2,5 = 7,9 + 12,5 = 20,4$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(3 + 3) \times 5 + 5 = 6 \times 5 + 5 = 30 + 5 = 35$$

$$2 + 8 - (7 + 2) = 2 + 8 - 9 = 10 - 9 = 1$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 42 \times 9 = 42 \times (10 - 1) = 42 \times 10 - 42 \times 1 = 420 - 42 = 378$$

$$F = 38 \times 51 + 38 \times 49 = 38 \times (51 + 49) = 38 \times 100 = 3\,800$$

$$G = 2 \times 26 \times 5 = 2 \times 5 \times 26 = 10 \times 26 = 260$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 = 5^2$ $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 2^3 = 8.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$

3. « $2 \times 6^2 = 12^2$ » **Faux.** $2 \times 6^2 = 2 \times 36 = 72$, alors que $12^2 = 144$. Le carré ne porte que sur 6.

« $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

« $0,3^2 = 0,9$ » **Faux.** $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$36 = 6^2 : \text{carré} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!}$$

$$100 = 10^2 : \text{carré} \quad 109 : \text{ni l'un ni l'autre} \quad (10^2 = 100 < 109 < 121 = 11^2)$$

$$125 = 5^3 : \text{cube} \quad 136 : \text{ni l'un ni l'autre} \quad (11^2 = 121 < 136 < 144 = 12^2)$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 4^2 - 2 = 3 \times 16 - 2 = 48 - 2 = 46$

$B = (3 \times 4)^2 - 2 = 12^2 - 2 = 144 - 2 = 142$

$C = 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20$

$D = (2 + 4)^2 = 6^2 = 36$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $n = 2$: $n^2 + 12 = 2^2 + 12 = 4 + 12 = 16$ et $8n = 8 \times 2 = 16$.

16 = 16 : l'égalité est vraie pour $n = 2$.

Pour $n = 5$: $n^2 + 12 = 5^2 + 12 = 25 + 12 = 37$ et $8n = 8 \times 5 = 40$.

37 $\neq$ 40 : l'égalité est fausse pour $n = 5$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 6$, et seulement pour 2 et 6.)

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 8 petits cubes sur 8 : $8^2 = 8 \times 8 = 64$.

a) On voit 64 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 8 couches de 64 petits cubes : $8^3 = 8 \times 8 \times 8 = 512$.

b) Il a utilisé 512 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $8 - 2 = 6$ petits cubes d'arête. $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$.

c) 216 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 16 et 49. » $\rightarrow$ encore 32 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 25, 36.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 36.

Le nombre mystère est 36 ($36 = 6^2$).