



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°330



CAPU0330

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 4 et du quotient de 16 par 2.
- **B** est le quotient de la somme de 4 et 16 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (5 + 1) \div 3 \quad \mathbf{D} = (1 + 2)^3 \quad \mathbf{E} = 43 - 5 \times 7$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

686 divisé par 4 2 429 divisé par 26

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 607 par 15 ? Justifier.

$$(a) 607 = 15 \times 39 + 22 \quad (b) 607 = 15 \times 40 + 7 \quad (c) 607 = 15 \times 41 - 8$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 241 pages. Nina en lit 25 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
4 743					
867					
505					
4 906					
6 860					

2. Dans le nombre $50\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 4 est un diviseur de 103.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°330



CAPU0330

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 24 + 8 \times 5 \quad B = 7 \times 8 - 5 \times 3$$

$$C = (8 \times 9 - 4) \div 2 \quad D = 4 \times [38 - (3 + 2)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 + 5 \times 6 - 5 = 73 \quad 2 + 2 + 6 \times 7 = 70$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 37 \times 19 + 37 \times 81 \quad F = 27 \times 11 \quad G = 5 \times 19 \times 20$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,1 \times 1,1 \quad 7 \times 7 \quad 6 + 6 + 6 \quad 2 \times 2 \times 2$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 2^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 2^3 = 6$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

87 ; 69 ; 25 ; 64 ; 16 ; 27

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 4^2 - 2 \quad B = (5 \times 4)^2 - 2$$

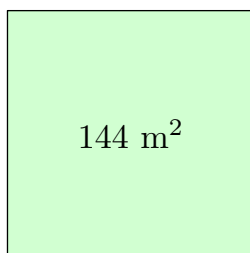
$$C = 3^2 + 4^2 \quad D = (3 + 4)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 2 = 3x$ est-elle vraie pour $x = 2$? Pour $x = 4$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 144 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 85 et 133.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 1.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°330



CAPU0330

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 4 + 16 \div 2 = 4 + 8 = 12$

$$B = (4 + 16) \div 2 = 20 \div 2 = 10$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (5 + 1) \div 3$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 5 et 1 par 3.

$$D = (1 + 2)^3 \text{ est un } \mathbf{cube} : \text{c'est le cube de la somme de 1 et 2.}$$

$$E = 43 - 5 \times 7 \text{ est une } \mathbf{différence} : \text{c'est la différence entre 43 et le produit de 5 par 7.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 171 = 684 \leq 686 < 688 = 4 \times 172$: le quotient est 171, le reste $686 - 684 = 2$.

$$686 = 4 \times 171 + 2, \text{ avec } 2 < 4.$$

$$26 \times 93 = 2\,418 \leq 2\,429 < 2\,444 = 26 \times 94 : \text{le quotient est 93, le reste } 2\,429 - 2\,418 = 11.$$

$$2\,429 = 26 \times 93 + 11, \text{ avec } 11 < 26.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 15 » :

(a) $607 = 15 \times 39 + 22$: le « reste » 22 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

(b) $607 = 15 \times 40 + 7$: le reste 7 est bien inférieur à 15. ✓

(c) $607 = 15 \times 41 - 8$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 40, reste 7.

Comme $7 < 40$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 607 par 40 : quotient 15, reste 7.

3. $241 = 25 \times 9 + 16$

En 9 soirs, elle lit 225 pages ; il lui en reste encore 16.

a) **Il lui faut $9 + 1 = 10$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 16 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
4 743	non	oui	non	oui	non
867	non	oui	non	non	non
505	non	non	oui	non	non
4 906	oui	non	non	non	non
6 860	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°330



CAPU0330

Sommes des chiffres :

$$4\ 743 \rightarrow 4 + 7 + 4 + 3 = 18 \quad 867 \rightarrow 8 + 6 + 7 = 21 \quad 505 \rightarrow 5 + 0 + 5 = 10$$

$$4\ 906 \rightarrow 4 + 9 + 0 + 6 = 19 \quad 6\ 860 \rightarrow 6 + 8 + 6 + 0 = 20$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $5 + 0 + \square = 5 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 4 : 9$$

Une seule solution : 504.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 92 est pair mais $92 = 3 \times 30 + 2$.

« 4 est un diviseur de 103. » **Faux.** $103 = 4 \times 25 + 3$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 24 + 8 \times 5 = 24 + 40 = 64$

$$B = 7 \times 8 - 5 \times 3 = 56 - 15 = 41$$

$$C = (8 \times 9 - 4) \div 2 = (72 - 4) \div 2 = 68 \div 2 = 34$$

$$D = 4 \times [38 - (3 + 2)] = 4 \times [38 - 5] = 4 \times 33 = 132$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(8 + 5) \times 6 - 5 = 13 \times 6 - 5 = 78 - 5 = 73$$

$$(2 + 2 + 6) \times 7 = (4 + 6) \times 7 = 10 \times 7 = 70$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 37 \times 19 + 37 \times 81 = 37 \times (19 + 81) = 37 \times 100 = 3\ 700$$

$$F = 27 \times 11 = 27 \times (10 + 1) = 27 \times 10 + 27 \times 1 = 270 + 27 = 297$$

$$G = 5 \times 19 \times 20 = 5 \times 20 \times 19 = 100 \times 19 = 1\ 900$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $7 \times 7 = 7^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17$, qui n'est le carré d'aucun entier ($4^2 = 16$ et $5^2 = 25$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 2^3 = 6 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8, \text{ et non } 3 \times 2.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°330



69 : ni l'un ni l'autre ($8^2 = 64 < 69 < 81 = 9^2$) 87 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 87 < 100 = 10^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 4^2 - 2 = 5 \times 16 - 2 = 80 - 2 = 78$

$B = (5 \times 4)^2 - 2 = 20^2 - 2 = 400 - 2 = 398$

$C = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

$D = (3 + 4)^2 = 7^2 = 49$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×4 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On calcule séparément chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 2$: $x^2 + 2 = 2^2 + 2 = 4 + 2 = 6$ et $3x = 3 \times 2 = 6$.

6 = 6 : l'égalité est vraie pour $x = 2$.

Pour $x = 4$: $x^2 + 2 = 4^2 + 2 = 16 + 2 = 18$ et $3x = 3 \times 4 = 12$.

18 $\neq$ 12 : l'égalité est fausse pour $x = 4$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 1$, et seulement pour 2 et 1.)

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 144 : $12 \times 12 = 144$, c'est-à-dire $12^2 = 144$.

a) Le côté mesure 12 m.

$4 \times 12 = 48$

b) Le périmètre est de 48 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 $\times$ côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 85 et 133. » $\rightarrow$ encore 47 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 100, 121.

« Mon chiffre des unités est 1. » $\rightarrow$ reste : 121.

Le nombre mystère est 121 ($121 = 11^2$).