



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°331



CAPU0331

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré du double de 4.
- **B** est le double du carré de 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 2 + 8 \times 6 \quad \mathbf{D} = (3 + 2)^3 \quad \mathbf{E} = 38 - 5 \times 6$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

247 divisé par 8 990 divisé par 21

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 216 par 7 ? Justifier.

$$(a) 216 = 7 \times 31 - 1 \quad (b) 216 = 7 \times 30 + 6 \quad (c) 216 = 7 \times 29 + 13$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 50 élèves en sortie dans des minibus de 15 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
921					
3 098					
565					
1 550					
4 113					

2. Dans le nombre $17\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 38 est un multiple de 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°331



CAPU0331

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 42 - 6 \times 6 \quad B = 9 \times 7 - 4 \times 5$$

$$C = 70 - 2 \times (16 - 8) \quad D = 9,8 + 6 \times 0,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 - 2 + 3 \times 7 = 70 \quad 8 \times 3 \times 8 - 7 = 24$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 29 \times 101 \quad F = 55 + 7,8 + 45 \quad G = 23 \times 70 + 23 \times 30$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$10 \times 10 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 5 + 5 + 5 \quad 2,5 \times 2,5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 2^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad (3 + 1)^2 = 3^2 + 1^2 \quad 1^3 = 1$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

1 000 ; 29 ; 25 ; 72 ; 144 ; 97

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 3^2 - 9 \quad B = (3 \times 3)^2 - 9$$

$$C = 1^2 + 4^2 \quad D = (1 + 4)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 3 = 4n$ est-elle vraie pour $n = 2$? Pour $n = 3$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 143 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 93 et 143. Je suis le carré d'un nombre entier. Je ne suis pas divisible par 2.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 \times 4)^2 = 8^2 = 64$

$$B = 2 \times 4^2 = 2 \times 16 = 32$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2 + 8 \times 6$ est une **somme** : c'est la somme de 2 et du produit de 8 par 6.

$D = (3 + 2)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 3 et 2.

$E = 38 - 5 \times 6$ est une **différence** : c'est la différence entre 38 et le produit de 5 par 6.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 30 = 240 \leq 247 < 248 = 8 \times 31$: le quotient est 30, le reste $247 - 240 = 7$.

$$247 = 8 \times 30 + 7, \text{ avec } 7 < 8.$$

$21 \times 47 = 987 \leq 990 < 1\,008 = 21 \times 48$: le quotient est 47, le reste $990 - 987 = 3$.

$$990 = 21 \times 47 + 3, \text{ avec } 3 < 21.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $216 = 7 \times 31 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $216 = 7 \times 30 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 7. ✓

(c) $216 = 7 \times 29 + 13$: le « reste » 13 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 30, reste 6.

Comme $6 < 30$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 216 par 30 : quotient 7, reste 6.

3. $50 = 15 \times 3 + 5$

3 minibus pleins transportent 45 élèves ; il en reste 5 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $3 + 1 = 4$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $15 - 5 = 10$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°331



CAPU0331

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
921	non	oui	non	non	non
3 098	oui	non	non	non	non
565	non	non	oui	non	non
1 550	oui	non	oui	non	oui
4 113	non	oui	non	oui	non

Sommes des chiffres :

$$921 \rightarrow 9 + 2 + 1 = 12 \quad 3\,098 \rightarrow 3 + 0 + 9 + 8 = 20 \quad 565 \rightarrow 5 + 6 + 5 = 16$$

$$1\,550 \rightarrow 1 + 5 + 5 + 0 = 11 \quad 4\,113 \rightarrow 4 + 1 + 1 + 3 = 9$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $1 + 7 + \square = 8 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 4 : 12$$

Une seule solution : 174.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux**. Contre-exemple : 28 est pair mais $28 = 3 \times 9 + 1$.

« 38 est un multiple de 3. » **Faux**. $38 = 3 \times 12 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 42 - 6 \times 6 = 42 - 36 = 6$

$$B = 9 \times 7 - 4 \times 5 = 63 - 20 = 43$$

$$C = 70 - 2 \times (16 - 8) = 70 - 2 \times 8 = 70 - 16 = 54$$

$$D = 9,8 + 6 \times 0,2 = 9,8 + 1,2 = 11$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(9 - 2 + 3) \times 7 = (7 + 3) \times 7 = 10 \times 7 = 70$$

$$8 \times 3 \times (8 - 7) = 8 \times 3 \times 1 = 24 \times 1 = 24$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 29 \times 101 = 29 \times (100 + 1) = 29 \times 100 + 29 \times 1 = 2\,900 + 29 = 2\,929$$

$$F = 55 + 7,8 + 45 = 55 + 45 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

$$G = 23 \times 70 + 23 \times 30 = 23 \times (70 + 30) = 23 \times 100 = 2\,300$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°331



CAPU0331

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $10 \times 10 = 10^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$

$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $5^3 = 125$.

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$, qui n'est le carré d'aucun entier ($6^2 = 36$ et $7^2 = 49$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

« $(3 + 1)^2 = 3^2 + 1^2$ » **Faux.** $(3 + 1)^2 = 4^2 = 16$, alors que $3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10$.

« $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$25 = 5^2$: **carré** 29 : ni l'un ni l'autre ($5^2 = 25 < 29 < 36 = 6^2$)

72 : ni l'un ni l'autre ($8^2 = 64 < 72 < 81 = 9^2$) 97 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 97 < 100 = 10^2$)

144 = 12^2 : **carré** 1 000 = 10^3 : **cube**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 3^2 - 9 = 3 \times 9 - 9 = 27 - 9 = 18$

$B = (3 \times 3)^2 - 9 = 9^2 - 9 = 81 - 9 = 72$

$C = 1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17$

$D = (1 + 4)^2 = 5^2 = 25$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $n = 2$: $n^2 + 3 = 2^2 + 3 = 4 + 3 = 7$ et $4n = 4 \times 2 = 8$.

$7 \neq 8$: l'égalité est fausse pour $n = 2$.

Pour $n = 3$: $n^2 + 3 = 3^2 + 3 = 9 + 3 = 12$ et $4n = 4 \times 3 = 12$.

$12 = 12$: l'égalité est vraie pour $n = 3$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 1$, et seulement pour 3 et 1.)

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 143 :

$11^2 = 121 \leq 143$ et $12^2 = 144 > 143$.

a) Elle mettra 11 dalles sur chaque côté.

$143 - 121 = 22$

b) Il lui restera 22 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 93 et 143. » $\rightarrow$ encore 49 possibilités.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°331



CAPU0331

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 100, 121.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 121.

Le nombre mystère est 121 ($121 = 11^2$).