



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°332



CAPU0332

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 5 et 7.
- **B** est la somme des carrés de 5 et de 7.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 6^2 - 13 \quad D = 9^2 + 3^2 \quad E = 2 \times 9^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

808 divisé par 5 2 339 divisé par 13

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 266 par 15 ? Justifier.

$$(a) 266 = 15 \times 17 + 11 \quad (b) 266 = 15 \times 16 + 26 \quad (c) 266 = 15 \times 18 - 4$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 111 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 147					
665					
7 370					
687					
5 138					

2. Dans le nombre $9\square 2$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 7 est un diviseur de 142.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°332



CAPU0332

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 26 + 4 \times 3 \quad B = 9 \times 7 - 4 \times 5$$

$$C = (4 + 11) \times 5 - 13 \quad D = 7,5 + 3 \times 1,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 \times 7 \times 2 - 9 = 35 \quad 2 \times 8 + 8 - 6 = 20$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 28 \times 23 + 28 \times 77 \quad F = 39 + 3,45 + 61 \quad G = 43 \times 9$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$8 \times 8 \quad 7 + 7 + 7 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 0,7 \times 0,7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 3^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$3^3 = 9 \quad 1^3 = 1 \quad 2^3 = 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

25 ; 27 ; 48 ; 64 ; 50 ; 49

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 4^2 - 8 \quad B = (2 \times 4)^2 - 8$$

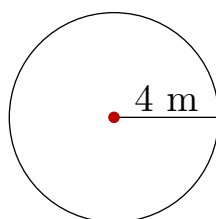
$$C = 6^2 + 2^2 \quad D = (6 + 2)^2$$

2. Calculer l'expression $(x + 2)^2$ pour $x = 3$, puis pour $x = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 4 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 7 et 34.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 5.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (5 + 7)^2 = 12^2 = 144$

$B = 5^2 + 7^2 = 25 + 49 = 74$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 6^2 - 13$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 6 et 13.

$D = 9^2 + 3^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 9 et de 3.

$E = 2 \times 9^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 9.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 161 = 805 \leq 808 < 810 = 5 \times 162$: le quotient est 161, le reste $808 - 805 = 3$.

$808 = 5 \times 161 + 3$, avec $3 < 5$.

$13 \times 179 = 2\,327 \leq 2\,339 < 2\,340 = 13 \times 180$: le quotient est 179, le reste $2\,339 - 2\,327 = 12$.

$2\,339 = 13 \times 179 + 12$, avec $12 < 13$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 15 » :

(a) $266 = 15 \times 17 + 11$: le reste 11 est bien inférieur à 15. ✓

(b) $266 = 15 \times 16 + 26$: le « reste » 26 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

(c) $266 = 15 \times 18 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 17, reste 11.

Comme $11 < 17$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 266 par 17 : quotient 15, reste 11.

3. $111 = 12 \times 9 + 3$, avec $3 < 12$

a) Elle remplit 9 boîtes pleines.

b) Il reste 3 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 147	non	oui	non	oui	non
665	non	non	oui	non	non
7 370	oui	non	oui	non	oui
687	non	oui	non	non	non
5 138	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°332



CAPU0332

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 6\,147 &\rightarrow 6 + 1 + 4 + 7 = 18 & 665 &\rightarrow 6 + 6 + 5 = 17 & 7\,370 &\rightarrow 7 + 3 + 7 + 0 = 17 \\ 687 &\rightarrow 6 + 8 + 7 = 21 & 5\,138 &\rightarrow 5 + 1 + 3 + 8 = 17 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $9 + \square + 2 = 11 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 1 : 12; \square = 4 : 15; \square = 7 : 18$$

3 solutions : 912, 942, 972.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 13 se termine par 3, mais $13 = 3 \times 4 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 7 est un diviseur de 142. » **Faux.** $142 = 7 \times 20 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 26 + 4 \times 3 = 26 + 12 = 38$

$$B = 9 \times 7 - 4 \times 5 = 63 - 20 = 43$$

$$C = (4 + 11) \times 5 - 13 = 15 \times 5 - 13 = 75 - 13 = 62$$

$$D = 7,5 + 3 \times 1,5 = 7,5 + 4,5 = 12$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 \times (7 \times 2 - 9) = 7 \times (14 - 9) = 7 \times 5 = 35$$

$$2 \times (8 + 8 - 6) = 2 \times (16 - 6) = 2 \times 10 = 20$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 28 \times 23 + 28 \times 77 = 28 \times (23 + 77) = 28 \times 100 = 2\,800$$

$$F = 39 + 3,45 + 61 = 39 + 61 + 3,45 = 100 + 3,45 = 103,45$$

$$G = 43 \times 9 = 43 \times (10 - 1) = 43 \times 10 - 43 \times 1 = 430 - 43 = 387$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $8 \times 8 = 8^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $3^3 = 9$ » **Faux.** $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$, et non 3×3 .

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 27 = 3^3 : \text{cube}$$

$$48 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 48 < 49 = 7^2) \quad 49 = 7^2 : \text{carré}$$

$$50 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 50 < 64 = 8^2) \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°332



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 4^2 - 8 = 2 \times 16 - 8 = 32 - 8 = 24$

$$B = (2 \times 4)^2 - 8 = 8^2 - 8 = 64 - 8 = 56$$

$$C = 6^2 + 2^2 = 36 + 4 = 40$$

$$D = (6 + 2)^2 = 8^2 = 64$$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×4 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } x = 3 : (x + 2)^2 = (3 + 2)^2 = 5^2 = 25$$

$$\text{Pour } x = 10 : (x + 2)^2 = (10 + 2)^2 = 12^2 = 144$$

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 4^2 = \pi \times 16 = 16\pi$

a) L'aire exacte est $16\pi \text{ m}^2$.

$$16 \times 3,14 = 50,24$$

b) L'aire vaut environ 50 m^2 .

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 4^2$, et non $(\pi \times 4)^2$. On élève 4 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 7 et 34. » $\rightarrow$ encore 26 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 9, 16, 25.

« Mon chiffre des unités est 5. » $\rightarrow$ reste : 25.

Le nombre mystère est 25 ($25 = 5^2$).