



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°333



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 28 et 20 par 4.
- **B** est la somme de 28 et du quotient de 20 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 + 1)^3 \quad D = 15 + 6 \times 8 \quad E = 9 \times (16 - 11)$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

567 divisé par 8 2 271 divisé par 18

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 351 par 14 ? Justifier.

$$(a) 351 = 14 \times 26 - 13 \quad (b) 351 = 14 \times 25 + 1 \quad (c) 351 = 14 \times 24 + 15$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 153 pages. Nina en lit 12 chaque soir.

- a) Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
b) Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 346					
471					
6 190					
365					
3 141					

2. Dans le nombre $33\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 6 est un diviseur de 122.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°333



CAPU0333

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 16 + 4 \times 6 \quad B = 24 \div 4 \times 4$$

$$C = 82 - 5 \times (17 - 4) \quad D = 3 \times [31 - (7 + 8)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 \times 9 + 4 - 4 = 87 \quad 7 + 3 \times 5 \times 9 = 198$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 33 \times 36 - 33 \times 26 \quad F = 35 + 0,75 + 65 \quad G = 32 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$12 \times 12 \quad 4 + 4 + 4 \quad 0,7 \times 0,7 \quad 5 \times 5 \times 5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 5^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$9^2 = 18 \quad 10^3 = 1\,000 \quad 0,2^2 = 0,4$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

44 ; 1 000 ; 120 ; 100 ; 81 ; 64

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 5^2 - 9 \quad B = (2 \times 5)^2 - 9$$

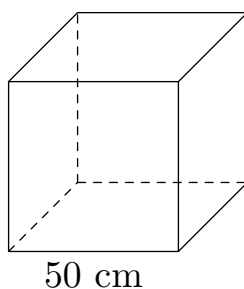
$$C = 7^2 + 4^2 \quad D = (7 + 4)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 8 = 6n$ est-elle vraie pour $n = 1$? Pour $n = 4$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 50 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 161 et 205.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°333



CAPU0333

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (28 + 20) \div 4 = 48 \div 4 = 12$

$B = 28 + 20 \div 4 = 28 + 5 = 33$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 + 1)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 2 et 1.

$D = 15 + 6 \times 8$ est une **somme** : c'est la somme de 15 et du produit de 6 par 8.

$E = 9 \times (16 - 11)$ est un **produit** : c'est le produit de 9 par la différence entre 16 et 11.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 70 = 560 \leq 567 < 568 = 8 \times 71$: le quotient est 70, le reste $567 - 560 = 7$.

$567 = 8 \times 70 + 7$, avec $7 < 8$.

$18 \times 126 = 2\,268 \leq 2\,271 < 2\,286 = 18 \times 127$: le quotient est 126, le reste $2\,271 - 2\,268 = 3$.

$2\,271 = 18 \times 126 + 3$, avec $3 < 18$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 14 » :

(a) $351 = 14 \times 26 - 13$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $351 = 14 \times 25 + 1$: le reste 1 est bien inférieur à 14. ✓

(c) $351 = 14 \times 24 + 15$: le « reste » 15 est plus grand que 14, on pouvait encore mettre 14 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 25, reste 1.

Comme $1 < 25$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 351 par 25 : quotient 14, reste 1.

3. $153 = 12 \times 12 + 9$

En 12 soirs, elle lit 144 pages ; il lui en reste encore 9.

a) Il lui faut $12 + 1 = 13$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 9 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 346	oui	non	non	non	non
471	non	oui	non	non	non
6 190	oui	non	oui	non	oui
365	non	non	oui	non	non
3 141	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°333



Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 7\,346 &\rightarrow 7 + 3 + 4 + 6 = 20 & 471 &\rightarrow 4 + 7 + 1 = 12 & 6\,190 &\rightarrow 6 + 1 + 9 + 0 = 16 \\ 365 &\rightarrow 3 + 6 + 5 = 14 & 3\,141 &\rightarrow 3 + 1 + 4 + 1 = 9 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $3 + 3 + \square = 6 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 6$$

Une seule solution : 330.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 48 est divisible par 3 ($48 = 3 \times 16$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 12, n'est pas dans la table de 9).

« 6 est un diviseur de 122. » **Faux.** $122 = 6 \times 20 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 16 + 4 \times 6 = 16 + 24 = 40$

$$B = 24 \div 4 \times 4 = 6 \times 4 = 24$$

$$C = 82 - 5 \times (17 - 4) = 82 - 5 \times 13 = 82 - 65 = 17$$

$$D = 3 \times [31 - (7 + 8)] = 3 \times [31 - 15] = 3 \times 16 = 48$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 \times (9 + 4) - 4 = 7 \times 13 - 4 = 91 - 4 = 87$$

$$(7 + 3 \times 5) \times 9 = (7 + 15) \times 9 = 22 \times 9 = 198$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 33 \times 36 - 33 \times 26 = 33 \times (36 - 26) = 33 \times 10 = 330$$

$$F = 35 + 0,75 + 65 = 35 + 65 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

$$G = 32 \times 99 = 32 \times (100 - 1) = 32 \times 100 - 32 \times 1 = 3\,200 - 32 = 3\,168$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $12 \times 12 = 12^2$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « $9^2 = 18$ » **Faux.** $9^2 = 9 \times 9 = 81$. L'exposant ne multiplie pas : $9 \times 2 = 18$, c'est le double.

$$\text{« } 10^3 = 1\,000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

$$\text{« } 0,2^2 = 0,4 \text{ » Faux. } 0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$44 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 44 < 49 = 7^2) \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!}$$

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$

$$120 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 120 < 121 = 11^2) \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 5^2 - 9 = 2 \times 25 - 9 = 50 - 9 = 41$

$$B = (2 \times 5)^2 - 9 = 10^2 - 9 = 100 - 9 = 91$$

$$C = 7^2 + 4^2 = 49 + 16 = 65$$

$$D = (7 + 4)^2 = 11^2 = 121$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $n = 1$: $n^2 + 8 = 1^2 + 8 = 1 + 8 = 9$ et $6n = 6 \times 1 = 6$.

$9 \neq 6$: l'égalité est fausse pour $n = 1$.

Pour $n = 4$: $n^2 + 8 = 4^2 + 8 = 16 + 8 = 24$ et $6n = 6 \times 4 = 24$.

$24 = 24$: l'égalité est vraie pour $n = 4$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 2$, et seulement pour 4 et 2.)

Exercice 7 — Correction

1. $V = 50^3 = 50 \times 50 \times 50 = 125\,000$

a) Le volume est de $125\,000\text{ cm}^3$.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000\text{ cm}^3 = 1\text{ L}$.

$$125\,000 \div 1\,000 = 125$$

b) L'aquarium contient 125 litres.

Autre façon de voir : 50 cm, c'est 5 fois 10 cm ; on range $5 \times 5 \times 5 = 125$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 161 et 205. » $\rightarrow$ encore 43 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 169, 196.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 196.

Le nombre mystère est 196 ($196 = 14^2$).