



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°334



CAPU0334

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 5 et 4.
- **B** est la somme des carrés de 5 et de 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (2 + 8) \times 3 \quad \mathbf{D} = (3 + 6) \div 3 \quad \mathbf{E} = (2 \times 5)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

987 divisé par 5 2 466 divisé par 29

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 309 par 8 ? Justifier.

$$(a) 309 = 8 \times 37 + 13 \quad (b) 309 = 8 \times 39 - 3 \quad (c) 309 = 8 \times 38 + 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 92 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
111					
3 694					
5 740					
3 159					
815					

2. Dans le nombre $9\square 9$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 6 est un diviseur de 102.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°334



CAPU0334

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 7 + 2 \times 7 \quad B = 15 \div 3 \times 4$$

$$C = (2 + 9) \times 4 - 18 \quad D = 5 \times [36 - (5 + 8)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 + 3 \times 4 + 2 = 34 \quad 5 \times 3 - 6 - 6 = 15$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 20 \times 15 + 20 \times 85 \quad F = 24 + 0,75 + 76 \quad G = 38 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$12 \times 12 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 4 + 4 + 4 \quad 2,5 \times 2,5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 2^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad 2^3 = 3^2 \quad 2 \times 6^2 = 12^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

49 ; 64 ; 8 ; 77 ; 112 ; 25

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 5^2 - 4 \quad B = (5 \times 5)^2 - 4$$

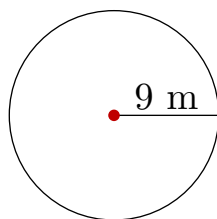
$$C = 7^2 + 1^2 \quad D = (7 + 1)^2$$

2. On pose $A = 3a^2 - 4$ et $B = (3a)^2 - 4$. Calculer A et B pour $a = 2$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 9 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 7 et 39.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 3.

Je ne suis pas divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°334



CAPU0334

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (5 + 4)^2 = 9^2 = 81$

$B = 5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 41$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 + 8) \times 3$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 2 et 8 par 3.

$D = (3 + 6) \div 3$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 3 et 6 par 3.

$E = (2 \times 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 197 = 985 \leq 987 < 990 = 5 \times 198$: le quotient est 197, le reste $987 - 985 = 2$.

$987 = 5 \times 197 + 2$, avec $2 < 5$.

$29 \times 85 = 2\,465 \leq 2\,466 < 2\,494 = 29 \times 86$: le quotient est 85, le reste $2\,466 - 2\,465 = 1$.

$2\,466 = 29 \times 85 + 1$, avec $1 < 29$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $309 = 8 \times 37 + 13$: le « reste » 13 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

(b) $309 = 8 \times 39 - 3$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $309 = 8 \times 38 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 8. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 38, reste 5.

Comme $5 < 38$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 309 par 38 : quotient 8, reste 5.

3. $92 = 12 \times 7 + 8$, avec $8 < 12$

a) Elle remplit 7 boîtes pleines.

b) Il reste 8 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
111	non	oui	non	non	non
3 694	oui	non	non	non	non
5 740	oui	non	oui	non	oui
3 159	non	oui	non	oui	non
815	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°334



CAPU0334

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 111 &\rightarrow 1 + 1 + 1 = 3 & 3\,694 &\rightarrow 3 + 6 + 9 + 4 = 22 & 5\,740 &\rightarrow 5 + 7 + 4 + 0 = 16 \\ 3\,159 &\rightarrow 3 + 1 + 5 + 9 = 18 & 815 &\rightarrow 8 + 1 + 5 = 14 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $9 + \square + 9 = 18 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 18; \square = 3 : 21; \square = 6 : 24; \square = 9 : 27$$

4 solutions : 909, 939, 969, 999.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 153, somme des chiffres 9.

« 6 est un diviseur de 102. » **Vrai.** $102 = 6 \times 17$: le reste de la division de 102 par 6 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 7 + 2 \times 7 = 7 + 14 = 21$

$$B = 15 \div 3 \times 4 = 5 \times 4 = 20$$

$$C = (2 + 9) \times 4 - 18 = 11 \times 4 - 18 = 44 - 18 = 26$$

$$D = 5 \times [36 - (5 + 8)] = 5 \times [36 - 13] = 5 \times 23 = 115$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(5 + 3) \times 4 + 2 = 8 \times 4 + 2 = 32 + 2 = 34$$

$$5 \times 3 - (6 - 6) = 5 \times 3 - 0 = 15 - 0 = 15$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 20 \times 15 + 20 \times 85 = 20 \times (15 + 85) = 20 \times 100 = 2\,000$$

$$F = 24 + 0,75 + 76 = 24 + 76 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

$$G = 38 \times 99 = 38 \times (100 - 1) = 38 \times 100 - 38 \times 1 = 3\,800 - 38 = 3\,762$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $12 \times 12 = 12^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

$$\text{« } 2 \times 6^2 = 12^2 \text{ » Faux. } 2 \times 6^2 = 2 \times 36 = 72, \text{ alors que } 12^2 = 144. \text{ Le carré ne porte que sur 6.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!}$$

$$77 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 77 < 81 = 9^2) \quad 112 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 112 < 121 = 11^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°334



CAPU0334

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 5^2 - 4 = 5 \times 25 - 4 = 125 - 4 = 121$

$$B = (5 \times 5)^2 - 4 = 25^2 - 4 = 625 - 4 = 621$$

$$C = 7^2 + 1^2 = 49 + 1 = 50$$

$$D = (7 + 1)^2 = 8^2 = 64$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×5 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace a par 2 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 3a^2 - 4 = 3 \times 2^2 - 4 = 3 \times 4 - 4 = 12 - 4 = 8$$

$$B = (3a)^2 - 4 = (3 \times 2)^2 - 4 = 6^2 - 4 = 36 - 4 = 32$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 3a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 9^2 = \pi \times 81 = 81\pi$

a) L'aire exacte est $81\pi \text{ m}^2$.

$$81 \times 3,14 = 254,34$$

b) L'aire vaut environ 254 m^2 .

Le carré porte sur le rayon seul : $\pi \times 9^2$, et non $(\pi \times 9)^2$. On élève 9 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 7 et 39. » $\rightarrow$ encore 31 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 9, 16, 25, 36.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 16, 25.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 25.

Le nombre mystère est 25 ($25 = 5^2$).