



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°335



CAPU0335

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 1 et 4.
- **B** est la somme des carrés de 1 et de 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 \times 3)^2 \quad D = (10 + 25) \div 5 \quad E = (9 + 9) \times 4$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$563 \text{ divisé par } 9 \quad 1\,422 \text{ divisé par } 27$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 119 par 8 ? Justifier.

$$(a) 119 = 8 \times 15 - 1 \quad (b) 119 = 8 \times 13 + 15 \quad (c) 119 = 8 \times 14 + 7$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 79 élèves en sortie dans des minibus de 12 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 990					
7 616					
9 657					
535					
267					

2. Dans le nombre $7\square 1$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 94 est un multiple de 4.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°335



CAPU0335

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 79 - 4 \times 5 \quad B = 7 \times 9 - 5 \times 6$$

$$C = 80 - 3 \times (16 - 5) \quad D = 5 \times [26 - (9 + 2)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 \times 4 \times 5 - 3 = 72 \quad 8 + 6 - 5 - 5 = 14$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 25 \times 9 \quad F = 52 + 7,8 + 48 \quad G = 12,5 \times 1,3 + 12,5 \times 8,7$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,7 \times 0,7 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 7 \times 7 \quad 4 + 4 + 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 4^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$4^3 = 12 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

1 000 ; 121 ; 100 ; 114 ; 29 ; 118

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 3^2 - 3 \quad B = (4 \times 3)^2 - 3$$

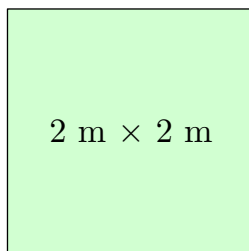
$$C = 1^2 + 3^2 \quad D = (1 + 3)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 2 = 3x$ est-elle vraie pour $x = 2$? Pour $x = 4$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 2 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 20 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 24 et 71.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 6.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (1 + 4)^2 = 5^2 = 25$

$B = 1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 \times 3)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 3.

$D = (10 + 25) \div 5$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 10 et 25 par 5.

$E = (9 + 9) \times 4$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 9 et 9 par 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 62 = 558 \leq 563 < 567 = 9 \times 63$: le quotient est 62, le reste $563 - 558 = 5$.

$563 = 9 \times 62 + 5$, avec $5 < 9$.

$27 \times 52 = 1\,404 \leq 1\,422 < 1\,431 = 27 \times 53$: le quotient est 52, le reste $1\,422 - 1\,404 = 18$.

$1\,422 = 27 \times 52 + 18$, avec $18 < 27$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $119 = 8 \times 15 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $119 = 8 \times 13 + 15$: le « reste » 15 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

(c) $119 = 8 \times 14 + 7$: le reste 7 est bien inférieur à 8. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 14, reste 7.

Comme $7 < 14$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 119 par 14 : quotient 8, reste 7.

3. $79 = 12 \times 6 + 7$

6 minibus pleins transportent 72 élèves ; il en reste 7 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $6 + 1 = 7$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $12 - 7 = 5$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°335



CAPU0335

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 990	oui	oui	oui	oui	oui
7 616	oui	non	non	non	non
9 657	non	oui	non	oui	non
535	non	non	oui	non	non
267	non	oui	non	non	non

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 9\,990 &\rightarrow 9 + 9 + 9 + 0 = 27 & 7\,616 &\rightarrow 7 + 6 + 1 + 6 = 20 & 9\,657 &\rightarrow 9 + 6 + 5 + 7 = 27 \\ 535 &\rightarrow 5 + 3 + 5 = 13 & 267 &\rightarrow 2 + 6 + 7 = 15 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $7 + \square + 1 = 8 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 1 : 9; \square = 4 : 12; \square = 7 : 15$$

3 solutions : 711, 741, 771.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux**. Contre-exemple : 13 se termine par 3, mais $13 = 3 \times 4 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 94 est un multiple de 4. » **Faux**. $94 = 4 \times 23 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 79 - 4 \times 5 = 79 - 20 = 59$

$$B = 7 \times 9 - 5 \times 6 = 63 - 30 = 33$$

$$C = 80 - 3 \times (16 - 5) = 80 - 3 \times 11 = 80 - 33 = 47$$

$$D = 5 \times [26 - (9 + 2)] = 5 \times [26 - 11] = 5 \times 15 = 75$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$9 \times 4 \times (5 - 3) = 9 \times 4 \times 2 = 36 \times 2 = 72$$

$$8 + 6 - (5 - 5) = 8 + 6 - 0 = 14 - 0 = 14$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 25 \times 9 = 25 \times (10 - 1) = 25 \times 10 - 25 \times 1 = 250 - 25 = 225$$

$$F = 52 + 7,8 + 48 = 52 + 48 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

$$G = 12,5 \times 1,3 + 12,5 \times 8,7 = 12,5 \times (1,3 + 8,7) = 12,5 \times 10 = 125$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°335



CAPU0335

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $7 \times 7 = 7^2$

$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $4^3 = 64$.

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « $4^3 = 12$ » **Faux**. $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$, et non 3×4 .

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux**. Contre-exemple : $4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$, qui n'est le carré d'aucun entier ($6^2 = 36$ et $7^2 = 49$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

« $0^2 = 0$ » **Vrai**. $0 \times 0 = 0$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

29 : ni l'un ni l'autre ($5^2 = 25 < 29 < 36 = 6^2$) $100 = 10^2$: **carré**

114 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 114 < 121 = 11^2$) 118 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 118 < 121 = 11^2$)

$121 = 11^2$: **carré** $1\ 000 = 10^3$: **cube**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 3^2 - 3 = 4 \times 9 - 3 = 36 - 3 = 33$

$B = (4 \times 3)^2 - 3 = 12^2 - 3 = 144 - 3 = 141$

$C = 1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$

$D = (1 + 3)^2 = 4^2 = 16$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 2$: $x^2 + 2 = 2^2 + 2 = 4 + 2 = 6$ et $3x = 3 \times 2 = 6$.

6 = 6 : l'égalité est vraie pour $x = 2$.

Pour $x = 4$: $x^2 + 2 = 4^2 + 2 = 16 + 2 = 18$ et $3x = 3 \times 4 = 12$.

18 $\neq$ 12 : l'égalité est fausse pour $x = 4$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 1$, et seulement pour 2 et 1.)

Exercice 7 — Correction

1. $1\text{ m} = 100\text{ cm}$ et $100 \div 20 = 5$: il y a 5 carreaux par mètre.

$2 \times 5 = 10$

a) Il faut 10 carreaux le long d'un côté.

10 rangées de 10 carreaux : $10^2 = 10 \times 10 = 100$

b) Il faut 100 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 24 et 71. » $\rightarrow$ encore 46 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 25, 36, 49, 64.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°335



CAPU0335

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 36.

Le nombre mystère est 36 ($36 = 6^2$).