



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°336



CAPU0336

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 14 et du produit de 5 par 4.
- **B** est le produit de la somme de 14 et 5 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (11 + 17) \div 4 \quad \mathbf{D} = 3 \times 6^2 - 17 \quad \mathbf{E} = (11 + 3) \times 5$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$607 \text{ divisé par } 6 \quad 1\,796 \text{ divisé par } 17$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 202 par 6 ? Justifier.

$$(a) \, 202 = 6 \times 32 + 10 \quad (b) \, 202 = 6 \times 33 + 4 \quad (c) \, 202 = 6 \times 34 - 2$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 194 pages. Nina en lit 15 chaque soir.

- a) Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
b) Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 430					
4 514					
605					
591					
7 227					

2. Dans le nombre $6\square 2$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 195 est un multiple de 8.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°336



CAPU0336

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 70 - 4 \times 6 \quad B = 14 + 27 \div 9 \times 4$$

$$C = (12 + 7) \times 5 - 6 \quad D = 3 \times [35 - (6 + 6)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 + 8 - 5 + 8 = 1 \quad 7 \times 6 + 5 - 5 = 72$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 21 \times 60 - 21 \times 50 \quad F = 47 \times 11 \quad G = 74 + 7,8 + 26$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$6 + 6 + 6 \quad 5 \times 5 \times 5 \quad 9 \times 9 \quad 1,5 \times 1,5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 2^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad 0,2^2 = 0,4 \quad 2 \times 6^2 = 12^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

27 ; 64 ; 147 ; 121 ; 49 ; 77

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 4^2 - 8 \quad B = (2 \times 4)^2 - 8$$

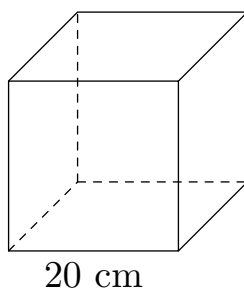
$$C = 3^2 + 4^2 \quad D = (3 + 4)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 4 = 5x$ est-elle vraie pour $x = 1$? Pour $x = 2$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 20 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 188 et 246.
sible par 2.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divi-



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°336



CAPU0336

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 14 + 5 \times 4 = 14 + 20 = 34$

$B = (14 + 5) \times 4 = 19 \times 4 = 76$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (11 + 17) \div 4$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 11 et 17 par 4.

$D = 3 \times 6^2 - 17$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 3 par le carré de 6 et 17.

$E = (11 + 3) \times 5$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 11 et 3 par 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 101 = 606 \leq 607 < 612 = 6 \times 102$: le quotient est 101, le reste $607 - 606 = 1$.

$607 = 6 \times 101 + 1$, avec $1 < 6$.

$17 \times 105 = 1\,785 \leq 1\,796 < 1\,802 = 17 \times 106$: le quotient est 105, le reste $1\,796 - 1\,785 = 11$.

$1\,796 = 17 \times 105 + 11$, avec $11 < 17$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 6 » :

(a) $202 = 6 \times 32 + 10$: le « reste » 10 est plus grand que 6, on pouvait encore mettre 6 une fois de plus.

(b) $202 = 6 \times 33 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 6. ✓

(c) $202 = 6 \times 34 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 33, reste 4.

Comme $4 < 33$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 202 par 33 : quotient 6, reste 4.

3. $194 = 15 \times 12 + 14$

En 12 soirs, elle lit 180 pages ; il lui en reste encore 14.

a) Il lui faut $12 + 1 = 13$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 14 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 430	oui	non	oui	non	oui
4 514	oui	non	non	non	non
605	non	non	oui	non	non
591	non	oui	non	non	non
7 227	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°336



CAPU0336

Sommes des chiffres :

$$7\,430 \rightarrow 7 + 4 + 3 + 0 = 14 \quad 4\,514 \rightarrow 4 + 5 + 1 + 4 = 14 \quad 605 \rightarrow 6 + 0 + 5 = 11$$
$$591 \rightarrow 5 + 9 + 1 = 15 \quad 7\,227 \rightarrow 7 + 2 + 2 + 7 = 18$$

2. Somme des chiffres : $6 + \square + 2 = 8 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 1 : 9 ; \square = 4 : 12 ; \square = 7 : 15$$

3 solutions : 612, 642, 672.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 26 est pair mais $26 = 3 \times 8 + 2$.

« 195 est un multiple de 8. » **Faux.** $195 = 8 \times 24 + 3$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 70 - 4 \times 6 = 70 - 24 = 46$

$$B = 14 + 27 \div 9 \times 4 = 14 + 3 \times 4 = 14 + 12 = 26$$

$$C = (12 + 7) \times 5 - 6 = 19 \times 5 - 6 = 95 - 6 = 89$$

$$D = 3 \times [35 - (6 + 6)] = 3 \times [35 - 12] = 3 \times 23 = 69$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$6 + 8 - (5 + 8) = 6 + 8 - 13 = 14 - 13 = 1$$

$$7 \times (6 + 5) - 5 = 7 \times 11 - 5 = 77 - 5 = 72$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 21 \times 60 - 21 \times 50 = 21 \times (60 - 50) = 21 \times 10 = 210$$

$$F = 47 \times 11 = 47 \times (10 + 1) = 47 \times 10 + 47 \times 1 = 470 + 47 = 517$$

$$G = 74 + 7,8 + 26 = 74 + 26 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 \times 5 = 5^3 \quad 9 \times 9 = 9^2 \quad 1,5 \times 1,5 = 1,5^2$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36 \quad 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \quad 0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

$$\text{« } 0,2^2 = 0,4 \text{ » Faux. } 0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

$$\text{« } 2 \times 6^2 = 12^2 \text{ » Faux. } 2 \times 6^2 = 2 \times 36 = 72, \text{ alors que } 12^2 = 144. \text{ Le carré ne porte que sur 6.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 49 = 7^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 77 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 77 < 81 = 9^2)$$

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 147 : \text{ni l'un ni l'autre } (12^2 = 144 < 147 < 169 = 13^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°336



CAPU0336

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 4^2 - 8 = 2 \times 16 - 8 = 32 - 8 = 24$

$$B = (2 \times 4)^2 - 8 = 8^2 - 8 = 64 - 8 = 56$$

$$C = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

$$D = (3 + 4)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 1$: $x^2 + 4 = 1^2 + 4 = 1 + 4 = 5$ et $5x = 5 \times 1 = 5$.

5 = 5 : l'égalité est vraie pour $x = 1$.

Pour $x = 2$: $x^2 + 4 = 2^2 + 4 = 4 + 4 = 8$ et $5x = 5 \times 2 = 10$.

8 $\neq$ 10 : l'égalité est fausse pour $x = 2$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 4$, et seulement pour 1 et 4.)

Exercice 7 — Correction

1. $V = 20^3 = 20 \times 20 \times 20 = 8\,000$

a) Le volume est de 8 000 cm³.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$.

$$8\,000 \div 1\,000 = 8$$

b) L'aquarium contient 8 litres.

Autre façon de voir : 20 cm, c'est 2 fois 10 cm ; on range $2 \times 2 \times 2 = 8$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 188 et 246. » $\rightarrow$ encore 57 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 196, 225.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 225.

Le nombre mystère est 225 ($225 = 15^2$).