



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°337



CAPU0337

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 4 et 5.
- **B** est la somme des carrés de 4 et de 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 1^2 + 4^2 \quad \mathbf{D} = (6 + 3) \times 2 \quad \mathbf{E} = (2 \times 4)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

862 divisé par 4 1 766 divisé par 16

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 550 par 14 ? Justifier.

$$(a) 550 = 14 \times 39 + 4 \quad (b) 550 = 14 \times 40 - 10 \quad (c) 550 = 14 \times 38 + 18$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 86 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
4 210					
957					
445					
4 226					
4 653					

2. Dans le nombre $4\square 8$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 144 est un multiple de 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°337



CAPU0337

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 10 + 7 \times 9 \quad B = 6 \times 4 - 6 \times 3$$

$$C = (5 \times 9 - 6) \div 4 \quad D = [3 + 5 \times (9 - 4)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 \times 9 - 3 + 7 = 39 \quad 2 \times 4 \times 4 + 7 = 46$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 40 \times 50 + 40 \times 50 \quad F = 23 \times 99 \quad G = 86 + 0,75 + 14$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 \times 4 \quad 2 + 2 + 2 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 0,7 \times 0,7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 5^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad 2 \times 5^2 = 10^2 \quad (1 + 2)^2 = 1^2 + 2^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

81 ; 125 ; 64 ; 114 ; 127 ; 36

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 3^2 - 6 \quad B = (4 \times 3)^2 - 6$$

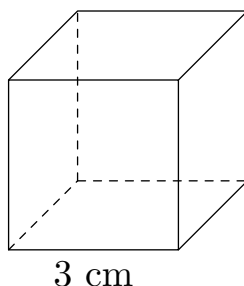
$$C = 4^2 + 6^2 \quad D = (4 + 6)^2$$

2. On pose $A = 5x^2 - 9$ et $B = (5x)^2 - 9$. Calculer A et B pour $x = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 3 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 5 et 46.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 3.

Je suis divisible par 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°337



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (4 + 5)^2 = 9^2 = 81$

$B = 4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 1^2 + 4^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 1 et de 4.

$D = (6 + 3) \times 2$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 6 et 3 par 2.

$E = (2 \times 4)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 215 = 860 \leq 862 < 864 = 4 \times 216$: le quotient est 215, le reste $862 - 860 = 2$.

$862 = 4 \times 215 + 2$, avec $2 < 4$.

$16 \times 110 = 1\,760 \leq 1\,766 < 1\,776 = 16 \times 111$: le quotient est 110, le reste $1\,766 - 1\,760 = 6$.

$1\,766 = 16 \times 110 + 6$, avec $6 < 16$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 14 » :

(a) $550 = 14 \times 39 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 14. ✓

(b) $550 = 14 \times 40 - 10$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $550 = 14 \times 38 + 18$: le « reste » 18 est plus grand que 14, on pouvait encore mettre 14 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 39, reste 4.

Comme $4 < 39$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 550 par 39 : quotient 14, reste 4.

3. $86 = 12 \times 7 + 2$, avec $2 < 12$

a) Elle remplit 7 boîtes pleines.

b) Il reste 2 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
4 210	oui	non	oui	non	oui
957	non	oui	non	non	non
445	non	non	oui	non	non
4 226	oui	non	non	non	non
4 653	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°337



CAPU0337

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 4\ 210 &\rightarrow 4 + 2 + 1 + 0 = 7 & 957 &\rightarrow 9 + 5 + 7 = 21 & 445 &\rightarrow 4 + 4 + 5 = 13 \\ 4\ 226 &\rightarrow 4 + 2 + 2 + 6 = 14 & 4\ 653 &\rightarrow 4 + 6 + 5 + 3 = 18 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $4 + \square + 8 = 12 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 6 : 18$$

Une seule solution : 468.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 73 se termine par 3, mais $73 = 3 \times 24 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 144 est un multiple de 9. » **Vrai.** $144 = 9 \times 16$: le reste de la division de 144 par 9 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 10 + 7 \times 9 = 10 + 63 = 73$

$$B = 6 \times 4 - 6 \times 3 = 24 - 18 = 6$$

$$C = (5 \times 9 - 6) \div 4 = (45 - 6) \div 4 = 39 \div 4 = 9,75$$

$$D = [3 + 5 \times (9 - 4)] \div 5 = [3 + 5 \times 5] \div 5 = [3 + 25] \div 5 = 28 \div 5 = 5,6$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$3 \times (9 - 3 + 7) = 3 \times (6 + 7) = 3 \times 13 = 39$$

$$2 \times (4 \times 4 + 7) = 2 \times (16 + 7) = 2 \times 23 = 46$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 40 \times 50 + 40 \times 50 = 40 \times (50 + 50) = 40 \times 100 = 4\ 000$$

$$F = 23 \times 99 = 23 \times (100 - 1) = 23 \times 100 - 23 \times 1 = 2\ 300 - 23 = 2\ 277$$

$$G = 86 + 0,75 + 14 = 86 + 14 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $4 \times 4 = 4^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 2^3 = 8.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$$
 $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« $2 \times 5^2 = 10^2$ » **Faux.** $2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50$, alors que $10^2 = 100$. Le carré ne porte que sur 5.

« $(1 + 2)^2 = 1^2 + 2^2$ » **Faux.** $(1 + 2)^2 = 3^2 = 9$, alors que $1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$36 = 6^2 : \text{carré} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!}$$

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 114 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 114 < 121 = 11^2)$$

$$125 = 5^3 : \text{cube} \quad 127 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 127 < 144 = 12^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°337



CAPU0337

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 3^2 - 6 = 4 \times 9 - 6 = 36 - 6 = 30$

$$B = (4 \times 3)^2 - 6 = 12^2 - 6 = 144 - 6 = 138$$

$$C = 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52$$

$$D = (4 + 6)^2 = 10^2 = 100$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 5x^2 - 9 = 5 \times 4^2 - 9 = 5 \times 16 - 9 = 80 - 9 = 71$$

$$B = (5x)^2 - 9 = (5 \times 4)^2 - 9 = 20^2 - 9 = 400 - 9 = 391$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 5x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 3 petits cubes sur 3 : $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

a) On voit 9 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 3 couches de 9 petits cubes : $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$.

b) Il a utilisé 27 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $3 - 2 = 1$ petits cubes d'arête. $1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$.

c) 1 petit cube n'a aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 5 et 46. » $\rightarrow$ encore 40 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 9, 16, 25, 36.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 16, 25.

« Je suis divisible par 5. » $\rightarrow$ reste : 25.

Le nombre mystère est 25 ($25 = 5^2$).