



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°338



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 8 et du produit de 6 par 9.
- **B** est le produit de la somme de 8 et 6 par 9.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (1 + 2)^2 \quad D = 2 \times 7^2 \quad E = 10^2 - 87$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

392 divisé par 3 2 145 divisé par 16

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 252 par 11 ? Justifier.

$$(a) 252 = 11 \times 23 - 1 \quad (b) 252 = 11 \times 21 + 21 \quad (c) 252 = 11 \times 22 + 10$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 150 pages. Nina en lit 20 chaque soir.

- a) Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
b) Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
2 396					
861					
8 703					
5 350					
595					

2. Dans le nombre $34\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 5 est un diviseur de 77.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°338



CAPU0338

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 18 + 5 \times 4 \quad B = 12 \div 2 \times 5$$

$$C = (12 + 2) \times 3 - 18 \quad D = 6,8 + 5 \times 2,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 + 7 + 4 \times 5 = 58 \quad 2 \times 4 + 5 - 5 = 13$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 39 \times 28 - 39 \times 18 \quad F = 26 \times 99 \quad G = 2 \times 95 \times 5$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$11 \times 11 \quad 3 + 3 + 3 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 6 \times 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 2^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad 0,3^2 = 0,9 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

16 ; 1 000 ; 65 ; 144 ; 43 ; 12

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 2^2 - 8 \quad B = (4 \times 2)^2 - 8$$

$$C = 3^2 + 2^2 \quad D = (3 + 2)^2$$

2. Calculer l'expression $(x + 3)^2$ pour $x = 4$, puis pour $x = 0,5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 148 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 185 et 236.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°338



CAPU0338

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 8 + 6 \times 9 = 8 + 54 = 62$

$$B = (8 + 6) \times 9 = 14 \times 9 = 126$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (1 + 2)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 1 et 2.

$$D = 2 \times 7^2 \text{ est un } \mathbf{produit} : \text{c'est le double du carré de 7.}$$

$$E = 10^2 - 87 \text{ est une } \mathbf{différence} : \text{c'est la différence entre le carré de 10 et 87.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $3 \times 130 = 390 \leq 392 < 393 = 3 \times 131$: le quotient est 130, le reste $392 - 390 = 2$.

$$392 = 3 \times 130 + 2, \text{ avec } 2 < 3.$$

$$16 \times 134 = 2\,144 \leq 2\,145 < 2\,160 = 16 \times 135 : \text{le quotient est 134, le reste } 2\,145 - 2\,144 = 1.$$

$$2\,145 = 16 \times 134 + 1, \text{ avec } 1 < 16.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $252 = 11 \times 23 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $252 = 11 \times 21 + 21$: le « reste » 21 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(c) $252 = 11 \times 22 + 10$: le reste 10 est bien inférieur à 11. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 22, reste 10.

Comme $10 < 22$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 252 par 22 : quotient 11, reste 10.

3. $150 = 20 \times 7 + 10$

En 7 soirs, elle lit 140 pages ; il lui en reste encore 10.

a) **Il lui faut $7 + 1 = 8$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 10 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
2 396	oui	non	non	non	non
861	non	oui	non	non	non
8 703	non	oui	non	oui	non
5 350	oui	non	oui	non	oui
595	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°338



CAPU0338

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 2\,396 \rightarrow 2 + 3 + 9 + 6 = 20 & 861 \rightarrow 8 + 6 + 1 = 15 & 8\,703 \rightarrow 8 + 7 + 0 + 3 = 18 \\ 5\,350 \rightarrow 5 + 3 + 5 + 0 = 13 & 595 \rightarrow 5 + 9 + 5 = 19 & \end{array}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $3 + 4 + \square = 7 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 12$$

Une seule solution : 345.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 15 est divisible par 3 ($15 = 3 \times 5$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 6, n'est pas dans la table de 9).

« 5 est un diviseur de 77. » **Faux.** $77 = 5 \times 15 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 18 + 5 \times 4 = 18 + 20 = 38$

$$B = 12 \div 2 \times 5 = 6 \times 5 = 30$$

$$C = (12 + 2) \times 3 - 18 = 14 \times 3 - 18 = 42 - 18 = 24$$

$$D = 6,8 + 5 \times 2,5 = 6,8 + 12,5 = 19,3$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$3 + (7 + 4) \times 5 = 3 + 11 \times 5 = 3 + 55 = 58$$

$$2 \times (4 + 5) - 5 = 2 \times 9 - 5 = 18 - 5 = 13$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 39 \times 28 - 39 \times 18 = 39 \times (28 - 18) = 39 \times 10 = 390$$

$$F = 26 \times 99 = 26 \times (100 - 1) = 26 \times 100 - 26 \times 1 = 2\,600 - 26 = 2\,574$$

$$G = 2 \times 95 \times 5 = 2 \times 5 \times 95 = 10 \times 95 = 950$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $11 \times 11 = 11^2$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

$$\text{« } 0,3^2 = 0,9 \text{ » Faux. } 0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$12 : \text{ni l'un ni l'autre } (3^2 = 9 < 12 < 16 = 4^2) \quad 16 = 4^2 : \text{carré}$$

$$43 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 43 < 49 = 7^2) \quad 65 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 65 < 81 = 9^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°338



CAPU0338

$$144 = 12^2 : \text{carré} \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 2^2 - 8 = 4 \times 4 - 8 = 16 - 8 = 8$

$$B = (4 \times 2)^2 - 8 = 8^2 - 8 = 64 - 8 = 56$$

$$C = 3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13$$

$$D = (3 + 2)^2 = 5^2 = 25$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } x = 4 : (x + 3)^2 = (4 + 3)^2 = 7^2 = 49$$

$$\text{Pour } x = 0,5 : (x + 3)^2 = (0,5 + 3)^2 = 3,5^2 = 12,25$$

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 148 :

$$12^2 = 144 \leq 148 \text{ et } 13^2 = 169 > 148.$$

a) Elle mettra 12 dalles sur chaque côté.

$$148 - 144 = 4$$

b) Il lui restera 4 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 185 et 236. » $\rightarrow$ encore 50 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 196, 225.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 196.

Le nombre mystère est 196 ($196 = 14^2$).