



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°339



CAPU0339

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme des carrés de 7 et de 6.
- **B** est le carré de la somme de 7 et 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 9 - 2 \times 3 \quad \mathbf{D} = (2 \times 5)^2 \quad \mathbf{E} = 9 \times (16 - 7)$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

937 divisé par 7 1 014 divisé par 17

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 410 par 12 ? Justifier.

$$(a) 410 = 12 \times 34 + 2 \quad (b) 410 = 12 \times 33 + 14 \quad (c) 410 = 12 \times 35 - 10$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 32 cartes entre 7 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 220					
5 486					
905					
4 977					
861					

2. Dans le nombre $42\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 4 est un diviseur de 87.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°339



CAPU0339

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 79 - 5 \times 4 \quad B = 7 \times 8 - 2 \times 2$$

$$C = 86 - 2 \times (19 - 8) \quad D = 5,7 + 5 \times 1,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 \times 2 \times 5 + 5 = 160 \quad 2 + 8 + 4 \times 7 = 86$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 36 \times 11 \quad F = 17 \times 85 - 17 \times 75 \quad G = 33 + 7,8 + 67$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$7 + 7 + 7 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 4 \times 4 \quad 6 \times 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 5^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$5^2 = 10 \quad 2^3 = 3^2 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

64 ; 141 ; 16 ; 149 ; 121 ; 8

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 6^2 - 5 \quad B = (2 \times 6)^2 - 5$$

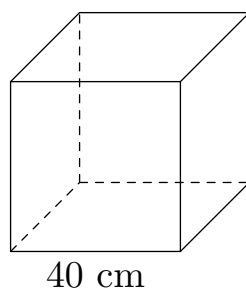
$$C = 5^2 + 2^2 \quad D = (5 + 2)^2$$

2. On pose $A = 2x^2 - 7$ et $B = (2x)^2 - 7$. Calculer A et B pour $x = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 40 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 57 et 121.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°339



CAPU0339

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 7^2 + 6^2 = 49 + 36 = 85$

$B = (7 + 6)^2 = 13^2 = 169$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 9 - 2 \times 3$ est une **différence** : c'est la différence entre 9 et le produit de 2 par 3.

$D = (2 \times 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 5.

$E = 9 \times (16 - 7)$ est un **produit** : c'est le produit de 9 par la différence entre 16 et 7.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 133 = 931 \leq 937 < 938 = 7 \times 134$: le quotient est 133, le reste $937 - 931 = 6$.

$937 = 7 \times 133 + 6$, avec $6 < 7$.

$17 \times 59 = 1\,003 \leq 1\,014 < 1\,020 = 17 \times 60$: le quotient est 59, le reste $1\,014 - 1\,003 = 11$.

$1\,014 = 17 \times 59 + 11$, avec $11 < 17$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $410 = 12 \times 34 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 12. ✓

(b) $410 = 12 \times 33 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

(c) $410 = 12 \times 35 - 10$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 34, reste 2.

Comme $2 < 34$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 410 par 34 : quotient 12, reste 2.

3. $32 = 7 \times 4 + 4$, avec $4 < 7$

a) **Chaque joueur reçoit 4 cartes.**

b) **La pioche contient 4 cartes.**

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 7 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 220	oui	non	oui	non	oui
5 486	oui	non	non	non	non
905	non	non	oui	non	non
4 977	non	oui	non	oui	non
861	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°339



CAPU0339

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 3\,220 &\rightarrow 3 + 2 + 2 + 0 = 7 & 5\,486 &\rightarrow 5 + 4 + 8 + 6 = 23 & 905 &\rightarrow 9 + 0 + 5 = 14 \\ 4\,977 &\rightarrow 4 + 9 + 7 + 7 = 27 & 861 &\rightarrow 8 + 6 + 1 = 15 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $4 + 2 + \square = 6 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 6$$

Une seule solution : 420.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 819, somme des chiffres 18.

« 4 est un diviseur de 87. » **Faux.** $87 = 4 \times 21 + 3$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 79 - 5 \times 4 = 79 - 20 = 59$

$$B = 7 \times 8 - 2 \times 2 = 56 - 4 = 52$$

$$C = 86 - 2 \times (19 - 8) = 86 - 2 \times 11 = 86 - 22 = 64$$

$$D = 5,7 + 5 \times 1,2 = 5,7 + 6 = 11,7$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$8 \times 2 \times (5 + 5) = 8 \times 2 \times 10 = 16 \times 10 = 160$$

$$2 + (8 + 4) \times 7 = 2 + 12 \times 7 = 2 + 84 = 86$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 36 \times 11 = 36 \times (10 + 1) = 36 \times 10 + 36 \times 1 = 360 + 36 = 396$$

$$F = 17 \times 85 - 17 \times 75 = 17 \times (85 - 75) = 17 \times 10 = 170$$

$$G = 33 + 7,8 + 67 = 33 + 67 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $4 \times 4 = 4^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$

3. « $5^2 = 10$ » **Faux.** $5^2 = 5 \times 5 = 25$. L'exposant ne multiplie pas : $5 \times 2 = 10$, c'est le double.

« $2^3 = 3^2$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

« $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 16 = 4^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°339



141 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 141 < 144 = 12^2$) 149 : ni l'un ni l'autre ($12^2 = 144 < 149 < 169 = 13^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 6^2 - 5 = 2 \times 36 - 5 = 72 - 5 = 67$

$$B = (2 \times 6)^2 - 5 = 12^2 - 5 = 144 - 5 = 139$$

$$C = 5^2 + 2^2 = 25 + 4 = 29$$

$$D = (5 + 2)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×6 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace x par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 2x^2 - 7 = 2 \times 4^2 - 7 = 2 \times 16 - 7 = 32 - 7 = 25$$

$$B = (2x)^2 - 7 = (2 \times 4)^2 - 7 = 8^2 - 7 = 64 - 7 = 57$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 2x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $V = 40^3 = 40 \times 40 \times 40 = 64\,000$

a) Le volume est de **64 000 cm³**.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$.

$$64\,000 \div 1\,000 = 64$$

b) L'aquarium contient **64 litres**.

Autre façon de voir : 40 cm, c'est 4 fois 10 cm ; on range $4 \times 4 \times 4 = 64$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 57 et 121. » $\rightarrow$ encore 63 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 64, 81, 100.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).