



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°34



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 8 et du quotient de 20 par 4.
- **B** est le quotient de la somme de 8 et 20 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 25 - 4 \times 6 \quad D = 4 \times (12 - 10) \quad E = (2 \times 3)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

361 divisé par 5 544 divisé par 28

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 226 par 12 ? Justifier.

$$(a) 226 = 12 \times 18 + 10 \quad (b) 226 = 12 \times 17 + 22 \quad (c) 226 = 12 \times 19 - 2$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes jeudi.

- Combien de semaines complètes y a-t-il dans 190 jours ?
- Quel jour de la semaine serons-nous dans 190 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
861					
2 709					
385					
7 710					
1 034					

2. Dans le nombre $5\square 1$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 9 est un diviseur de 252.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°34



CAPU0034

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 84 - 3 \times 9 \quad B = 56 \div 7 \times 3$$

$$C = (9 + 7) \times 6 - 7 \quad D = 4 \times [34 - (9 + 2)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 \times 9 + 6 + 3 = 108 \quad 9 \times 2 + 2 \times 3 = 72$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 38 \times 9 \quad F = 4,5 \times 0,4 + 4,5 \times 0,6 \quad G = 2 \times 63 \times 50$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2,5 \times 2,5 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 8 + 8 + 8 \quad 4 \times 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 2^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad 2 \times 5^2 = 10^2 \quad 8^2 = 16$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

64 ; 66 ; 100 ; 27 ; 49 ; 23

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 6^2 - 5 \quad B = (4 \times 6)^2 - 5$$

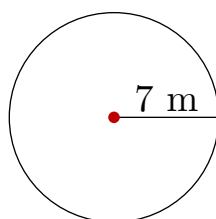
$$C = 3^2 + 4^2 \quad D = (3 + 4)^2$$

2. Calculer l'expression $x^3 + 9$ pour $x = 6$, puis pour $x = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 7 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 135 et 180.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 4.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°34



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 8 + 20 \div 4 = 8 + 5 = 13$

$B = (8 + 20) \div 4 = 28 \div 4 = 7$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 25 - 4 \times 6$ est une **différence** : c'est la différence entre 25 et le produit de 4 par 6.

$D = 4 \times (12 - 10)$ est un **produit** : c'est le produit de 4 par la différence entre 12 et 10.

$E = (2 \times 3)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 72 = 360 \leq 361 < 365 = 5 \times 73$: le quotient est 72, le reste $361 - 360 = 1$.

$361 = 5 \times 72 + 1$, avec $1 < 5$.

$28 \times 19 = 532 \leq 544 < 560 = 28 \times 20$: le quotient est 19, le reste $544 - 532 = 12$.

$544 = 28 \times 19 + 12$, avec $12 < 28$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $226 = 12 \times 18 + 10$: le reste 10 est bien inférieur à 12. ✓

(b) $226 = 12 \times 17 + 22$: le « reste » 22 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

(c) $226 = 12 \times 19 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 18, reste 10.

Comme $10 < 18$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 226 par 18 : quotient 12, reste 10.

3. $190 = 7 \times 27 + 1$

a) 190 jours font 27 semaines complètes et 1 jour.

Après 27 semaines complètes, on est de nouveau jeudi. Il reste à avancer de 1 jour : jeudi → vendredi.

b) Dans 190 jours, nous serons vendredi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
861	non	oui	non	non	non
2 709	non	oui	non	oui	non
385	non	non	oui	non	non
7 710	oui	oui	oui	non	oui
1 034	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°34



CAPU0034

Sommes des chiffres :

$$861 \rightarrow 8 + 6 + 1 = 15 \quad 2\,709 \rightarrow 2 + 7 + 0 + 9 = 18 \quad 385 \rightarrow 3 + 8 + 5 = 16$$

$$7\,710 \rightarrow 7 + 7 + 1 + 0 = 15 \quad 1\,034 \rightarrow 1 + 0 + 3 + 4 = 8$$

2. Somme des chiffres : $5 + \square + 1 = 6 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 3 : 9$$

Une seule solution : 531.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 20 est pair mais $20 = 3 \times 6 + 2$.

« 9 est un diviseur de 252. » **Vrai.** $252 = 9 \times 28$: le reste de la division de 252 par 9 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 84 - 3 \times 9 = 84 - 27 = 57$

$$B = 56 \div 7 \times 3 = 8 \times 3 = 24$$

$$C = (9 + 7) \times 6 - 7 = 16 \times 6 - 7 = 96 - 7 = 89$$

$$D = 4 \times [34 - (9 + 2)] = 4 \times [34 - 11] = 4 \times 23 = 92$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$6 \times (9 + 6 + 3) = 6 \times (15 + 3) = 6 \times 18 = 108$$

$$9 \times (2 + 2 \times 3) = 9 \times (2 + 6) = 9 \times 8 = 72$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 38 \times 9 = 38 \times (10 - 1) = 38 \times 10 - 38 \times 1 = 380 - 38 = 342$$

$$F = 4,5 \times 0,4 + 4,5 \times 0,6 = 4,5 \times (0,4 + 0,6) = 4,5 \times 1 = 4,5$$

$$G = 2 \times 63 \times 50 = 2 \times 50 \times 63 = 100 \times 63 = 6\,300$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $4 \times 4 = 4^2$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

$$\text{« } 2 \times 5^2 = 10^2 \text{ » Faux. } 2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50, \text{ alors que } 10^2 = 100. \text{ Le carré ne porte que sur } 5.$$

$$\text{« } 8^2 = 16 \text{ » Faux. } 8^2 = 8 \times 8 = 64. \text{ L'exposant ne multiplie pas : } 8 \times 2 = 16, \text{ c'est le double.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$23 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 23 < 25 = 5^2) \quad 27 = 3^3 : \text{cube}$$

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$

$$66 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 66 < 81 = 9^2) \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°34



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 6^2 - 5 = 4 \times 36 - 5 = 144 - 5 = 139$

$$B = (4 \times 6)^2 - 5 = 24^2 - 5 = 576 - 5 = 571$$

$$C = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

$$D = (3 + 4)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } x = 6 : x^3 + 9 = 6^3 + 9 = 216 + 9 = 225$$

$$\text{Pour } x = 10 : x^3 + 9 = 10^3 + 9 = 1\,000 + 9 = 1\,009$$

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 7^2 = \pi \times 49 = 49\pi$

a) L'aire exacte est $49\pi \text{ m}^2$.

$$49 \times 3,14 = 153,86$$

b) L'aire vaut environ 154 m^2 .

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 7^2$, et non $(\pi \times 7)^2$. On élève 7 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 135 et 180. » $\rightarrow$ encore 44 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 144, 169.

« Mon chiffre des unités est 4. » $\rightarrow$ reste : 144.

Le nombre mystère est 144 ($144 = 12^2$).