



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°340



CAPU0340

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 21 et 6 par 2.
- **B** est la différence entre 21 et le produit de 6 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (3 + 5)^2 \quad \mathbf{D} = 2 \times 2^2 - 1 \quad \mathbf{E} = 2 + 4 \times 9$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

236 divisé par 5 1 350 divisé par 17

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 345 par 9 ? Justifier.

$$(a) 345 = 9 \times 38 + 3 \quad (b) 345 = 9 \times 39 - 6 \quad (c) 345 = 9 \times 37 + 12$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 249 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 980					
365					
237					
8 038					
7 983					

2. Dans le nombre $4\square5$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 4 est un diviseur de 60.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°340



CAPU0340

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 22 + 2 \times 2 \quad B = 3 + 24 \div 3 \times 4$$

$$C = (9 + 2) \times 4 - 18 \quad D = [6 + 8 \times (10 - 1)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 + 9 - 5 + 6 = 6 \quad 9 + 4 + 2 \times 8 = 57$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 48 \times 99 \quad F = 22 \times 42 - 22 \times 32 \quad G = 84 + 5,05 + 16$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$9 + 9 + 9 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 10 \times 10 \quad 1,5 \times 1,5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 2^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$4^3 = 12 \quad 8^2 = 16 \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

8 ; 39 ; 121 ; 90 ; 10 ; 100

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 6^2 - 4 \quad B = (2 \times 6)^2 - 4$$

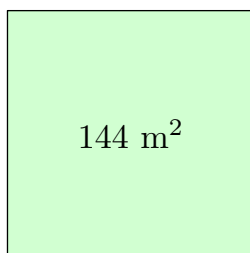
$$C = 1^2 + 4^2 \quad D = (1 + 4)^2$$

2. Calculer l'expression $(n + 6)^2$ pour $n = 4$, puis pour $n = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 144 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 62 et 97.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°340



CAPU0340

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (21 - 6) \times 2 = 15 \times 2 = 30$

$B = 21 - 6 \times 2 = 21 - 12 = 9$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (3 + 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 3 et 5.

$D = 2 \times 2^2 - 1$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 2 par le carré de 2 et 1.

$E = 2 + 4 \times 9$ est une **somme** : c'est la somme de 2 et du produit de 4 par 9.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 47 = 235 \leq 236 < 240 = 5 \times 48$: le quotient est 47, le reste $236 - 235 = 1$.

$236 = 5 \times 47 + 1$, avec $1 < 5$.

$17 \times 79 = 1\,343 \leq 1\,350 < 1\,360 = 17 \times 80$: le quotient est 79, le reste $1\,350 - 1\,343 = 7$.

$1\,350 = 17 \times 79 + 7$, avec $7 < 17$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $345 = 9 \times 38 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 9. ✓

(b) $345 = 9 \times 39 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $345 = 9 \times 37 + 12$: le « reste » 12 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 38, reste 3.

Comme $3 < 38$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 345 par 38 : quotient 9, reste 3.

3. $249 = 12 \times 20 + 9$, avec $9 < 12$

a) Elle remplit 20 boîtes pleines.

b) Il reste 9 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 980	oui	non	oui	non	oui
365	non	non	oui	non	non
237	non	oui	non	non	non
8 038	oui	non	non	non	non
7 983	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°340



CAPU0340

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 3\,980 \rightarrow 3 + 9 + 8 + 0 = 20 & 365 \rightarrow 3 + 6 + 5 = 14 & 237 \rightarrow 2 + 3 + 7 = 12 \\ 8\,038 \rightarrow 8 + 0 + 3 + 8 = 19 & 7\,983 \rightarrow 7 + 9 + 8 + 3 = 27 & \end{array}$$

2. Somme des chiffres : $4 + \square + 5 = 9 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 9 ; \square = 3 : 12 ; \square = 6 : 15 ; \square = 9 : 18$$

4 solutions : 405, 435, 465, 495.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 891, somme des chiffres 18.

« 4 est un diviseur de 60. » **Vrai.** $60 = 4 \times 15$: le reste de la division de 60 par 4 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 22 + 2 \times 2 = 22 + 4 = 26$

$$B = 3 + 24 \div 3 \times 4 = 3 + 8 \times 4 = 3 + 32 = 35$$

$$C = (9 + 2) \times 4 - 18 = 11 \times 4 - 18 = 44 - 18 = 26$$

$$D = [6 + 8 \times (10 - 1)] \div 2 = [6 + 8 \times 9] \div 2 = [6 + 72] \div 2 = 78 \div 2 = 39$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$8 + 9 - (5 + 6) = 8 + 9 - 11 = 17 - 11 = 6$$

$$9 + (4 + 2) \times 8 = 9 + 6 \times 8 = 9 + 48 = 57$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 48 \times 99 = 48 \times (100 - 1) = 48 \times 100 - 48 \times 1 = 4\,800 - 48 = 4\,752$$

$$F = 22 \times 42 - 22 \times 32 = 22 \times (42 - 32) = 22 \times 10 = 220$$

$$G = 84 + 5,05 + 16 = 84 + 16 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $10 \times 10 = 10^2$ $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$

$$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 9^3 = 729.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $4^3 = 12$ » **Faux.** $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$, et non 3×4 .

$$\text{« } 8^2 = 16 \text{ » Faux. } 8^2 = 8 \times 8 = 64. \text{ L'exposant ne multiplie pas : } 8 \times 2 = 16, \text{ c'est le double.}$$

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 10 : \text{ni l'un ni l'autre } (3^2 = 9 < 10 < 16 = 4^2)$$

$$39 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 39 < 49 = 7^2) \quad 90 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 90 < 100 = 10^2)$$

$$100 = 10^2 : \text{carré} \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°340



CAPU0340

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 6^2 - 4 = 2 \times 36 - 4 = 72 - 4 = 68$

$B = (2 \times 6)^2 - 4 = 12^2 - 4 = 144 - 4 = 140$

$C = 1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17$

$D = (1 + 4)^2 = 5^2 = 25$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×6 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $n = 4$: $(n + 6)^2 = (4 + 6)^2 = 10^2 = 100$

Pour $n = 10$: $(n + 6)^2 = (10 + 6)^2 = 16^2 = 256$

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 144 : $12 \times 12 = 144$, c'est-à-dire $12^2 = 144$.

a) Le côté mesure 12 m.

$4 \times 12 = 48$

b) Le périmètre est de 48 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 × côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 62 et 97. » → encore 34 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » → reste : 64, 81.

« Je suis divisible par 3. » → reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).