



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°342



CAPU0342

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 5 et 3 par 3.
- **B** est la somme de 5 et du produit de 3 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 4 \times (14 - 12) \quad \mathbf{D} = 3 \times 2^2 - 14 \quad \mathbf{E} = (2 + 3)^3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

230 divisé par 9 1 344 divisé par 11

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 239 par 15 ? Justifier.

$$(a) 239 = 15 \times 15 + 14 \quad (b) 239 = 15 \times 16 - 1 \quad (c) 239 = 15 \times 14 + 29$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 116 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
831					
625					
5 408					
3 590					
3 177					

2. Dans le nombre $56\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 7 est un diviseur de 175.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°342



CAPU0342

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 64 - 2 \times 3 \quad B = 4 + 35 \div 5 \times 4$$

$$C = 60 - 2 \times (12 - 6) \quad D = 6,3 + 5 \times 0,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 \times 3 + 7 - 7 = 23 \quad 3 + 2 - 2 + 2 = 1$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 4 \times 46 \times 25 \quad F = 17 \times 27 - 17 \times 17 \quad G = 21 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,7 \times 0,7 \quad 3 + 3 + 3 \quad 5 \times 5 \times 5 \quad 11 \times 11$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 2^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad 4^3 = 12 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

64 ; 25 ; 1 000 ; 51 ; 36 ; 18

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 6^2 - 8 \quad B = (2 \times 6)^2 - 8$$

$$C = 2^2 + 4^2 \quad D = (2 + 4)^2$$

2. Calculer l'expression $a^3 + 9$ pour $a = 6$, puis pour $a = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 29 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 44 et 109.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°342



CAPU0342

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (5 + 3) \times 3 = 8 \times 3 = 24$

$B = 5 + 3 \times 3 = 5 + 9 = 14$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 4 \times (14 - 12)$ est un **produit** : c'est le produit de 4 par la différence entre 14 et 12.

$D = 3 \times 2^2 - 14$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 3 par le carré de 2 et 14.

$E = (2 + 3)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 2 et 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 25 = 225 \leq 230 < 234 = 9 \times 26$: le quotient est 25, le reste $230 - 225 = 5$.

$230 = 9 \times 25 + 5$, avec $5 < 9$.

$11 \times 122 = 1\,342 \leq 1\,344 < 1\,353 = 11 \times 123$: le quotient est 122, le reste $1\,344 - 1\,342 = 2$.

$1\,344 = 11 \times 122 + 2$, avec $2 < 11$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 15 » :

(a) $239 = 15 \times 15 + 14$: le reste 14 est bien inférieur à 15. ✓

(b) $239 = 15 \times 16 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $239 = 15 \times 14 + 29$: le « reste » 29 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 15, reste 14.

Comme $14 < 15$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 239 par 15 : quotient 15, reste 14.

3. $116 = 12 \times 9 + 8$, avec $8 < 12$

a) Elle remplit 9 boîtes pleines.

b) Il reste 8 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
831	non	oui	non	non	non
625	non	non	oui	non	non
5 408	oui	non	non	non	non
3 590	oui	non	oui	non	oui
3 177	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°342



CAPU0342

Sommes des chiffres :

$$831 \rightarrow 8 + 3 + 1 = 12 \quad 625 \rightarrow 6 + 2 + 5 = 13 \quad 5\,408 \rightarrow 5 + 4 + 0 + 8 = 17$$

$$3\,590 \rightarrow 3 + 5 + 9 + 0 = 17 \quad 3\,177 \rightarrow 3 + 1 + 7 + 7 = 18$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $5 + 6 + \square = 11 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 4 : 15$$

Une seule solution : 564.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 22 est pair mais $22 = 3 \times 7 + 1$.

« 7 est un diviseur de 175. » **Vrai.** $175 = 7 \times 25$: le reste de la division de 175 par 7 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 64 - 2 \times 3 = 64 - 6 = 58$

$$B = 4 + 35 \div 5 \times 4 = 4 + 7 \times 4 = 4 + 28 = 32$$

$$C = 60 - 2 \times (12 - 6) = 60 - 2 \times 6 = 60 - 12 = 48$$

$$D = 6,3 + 5 \times 0,2 = 6,3 + 1 = 7,3$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$3 \times (3 + 7) - 7 = 3 \times 10 - 7 = 30 - 7 = 23$$

$$3 + 2 - (2 + 2) = 3 + 2 - 4 = 5 - 4 = 1$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 4 \times 46 \times 25 = 4 \times 25 \times 46 = 100 \times 46 = 4\,600$$

$$F = 17 \times 27 - 17 \times 17 = 17 \times (27 - 17) = 17 \times 10 = 170$$

$$G = 21 \times 99 = 21 \times (100 - 1) = 21 \times 100 - 21 \times 1 = 2\,100 - 21 = 2\,079$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $11 \times 11 = 11^2$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

« $4^3 = 12$ » **Faux.** $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$, et non 3×4 .

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5$, qui n'est le carré d'aucun entier ($2^2 = 4$ et $3^2 = 9$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$18 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 18 < 25 = 5^2) \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$36 = 6^2 : \text{carré} \quad 51 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 51 < 64 = 8^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°342



CAPU0342

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

$$1. A = 2 \times 6^2 - 8 = 2 \times 36 - 8 = 72 - 8 = 64$$

$$B = (2 \times 6)^2 - 8 = 12^2 - 8 = 144 - 8 = 136$$

$$C = 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20$$

$$D = (2 + 4)^2 = 6^2 = 36$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } a = 6 : a^3 + 9 = 6^3 + 9 = 216 + 9 = 225$$

$$\text{Pour } a = 10 : a^3 + 9 = 10^3 + 9 = 1\,000 + 9 = 1\,009$$

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 29 :

$$5^2 = 25 \leq 29 \text{ et } 6^2 = 36 > 29.$$

a) **Elle mettra 5 dalles sur chaque côté.**

$$29 - 25 = 4$$

b) **Il lui restera 4 dalles.**

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 44 et 109. » $\rightarrow$ encore 64 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 49, 64, 81, 100.

« Je suis divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).