



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°343



CAPU0343

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 4 et 2.
- **B** est la somme des carrés de 4 et de 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 5 \times (9 - 7) \quad \mathbf{D} = 5^2 + 9^2 \quad \mathbf{E} = 5 \times 9^2 - 18$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

517 divisé par 9 2 151 divisé par 26

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 119 par 11 ? Justifier.

$$(a) 119 = 11 \times 11 - 2 \quad (b) 119 = 11 \times 10 + 9 \quad (c) 119 = 11 \times 9 + 20$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes jeudi.

- Combien de semaines complètes y a-t-il dans 61 jours ?
- Quel jour de la semaine serons-nous dans 61 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 300					
687					
3 051					
545					
4 892					

2. Dans le nombre $3\square 9$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 261 est un multiple de 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°343



CAPU0343

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 13 + 2 \times 4 \quad B = 27 \div 3 \times 3$$

$$C = (5 + 3) \times 4 - 16 \quad D = 3 \times [28 - (5 + 2)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 + 8 + 5 \times 8 = 106 \quad 2 \times 4 \times 8 - 8 = 0$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 72 + 3,45 + 28 \quad F = 1,5 \times 0,4 + 1,5 \times 0,6 \quad G = 17 \times 9$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$8 \times 8 \quad 1,5 \times 1,5 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 7 + 7 + 7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 3^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad 0,3^2 = 0,9 \quad 3^2 = 6$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

49 ; 50 ; 27 ; 34 ; 100 ; 64

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 4^2 - 4 \quad B = (3 \times 4)^2 - 4$$

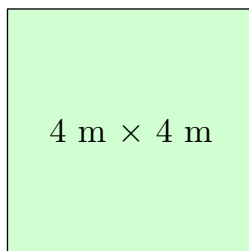
$$C = 6^2 + 4^2 \quad D = (6 + 4)^2$$

2. Calculer l'expression $n^3 + 2$ pour $n = 2$, puis pour $n = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 4 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 50 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 57 et 97.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°343



CAPU0343

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (4 + 2)^2 = 6^2 = 36$

$B = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 5 \times (9 - 7)$ est un **produit** : c'est le produit de 5 par la différence entre 9 et 7.

$D = 5^2 + 9^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 5 et de 9.

$E = 5 \times 9^2 - 18$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 5 par le carré de 9 et 18.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 57 = 513 \leq 517 < 522 = 9 \times 58$: le quotient est 57, le reste $517 - 513 = 4$.

$517 = 9 \times 57 + 4$, avec $4 < 9$.

$26 \times 82 = 2132 \leq 2151 < 2158 = 26 \times 83$: le quotient est 82, le reste $2151 - 2132 = 19$.

$2151 = 26 \times 82 + 19$, avec $19 < 26$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $119 = 11 \times 11 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $119 = 11 \times 10 + 9$: le reste 9 est bien inférieur à 11. ✓

(c) $119 = 11 \times 9 + 20$: le « reste » 20 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 10, reste 9.

Comme $9 < 10$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 119 par 10 : quotient 11, reste 9.

3. $61 = 7 \times 8 + 5$

a) 61 jours font 8 semaines complètes et 5 jours.

Après 8 semaines complètes, on est de nouveau jeudi. Il reste à avancer de 5 jours : jeudi → vendredi → samedi → dimanche → lundi → mardi.

b) Dans 61 jours, nous serons mardi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 300	oui	oui	oui	oui	oui
687	non	oui	non	non	non
3 051	non	oui	non	oui	non
545	non	non	oui	non	non
4 892	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°343



CAPU0343

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 6\ 300 &\rightarrow 6 + 3 + 0 + 0 = 9 & 687 &\rightarrow 6 + 8 + 7 = 21 & 3\ 051 &\rightarrow 3 + 0 + 5 + 1 = 9 \\ 545 &\rightarrow 5 + 4 + 5 = 14 & 4\ 892 &\rightarrow 4 + 8 + 9 + 2 = 23 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $3 + \square + 9 = 12 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 12; \square = 3 : 15; \square = 6 : 18; \square = 9 : 21$$

4 solutions : 309, 339, 369, 399.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 882, somme des chiffres 18.

« 261 est un multiple de 9. » **Vrai.** $261 = 9 \times 29$: le reste de la division de 261 par 9 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 13 + 2 \times 4 = 13 + 8 = 21$

$$B = 27 \div 3 \times 3 = 9 \times 3 = 27$$

$$C = (5 + 3) \times 4 - 16 = 8 \times 4 - 16 = 32 - 16 = 16$$

$$D = 3 \times [28 - (5 + 2)] = 3 \times [28 - 7] = 3 \times 21 = 63$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$2 + (8 + 5) \times 8 = 2 + 13 \times 8 = 2 + 104 = 106$$

$$2 \times 4 \times (8 - 8) = 2 \times 4 \times 0 = 8 \times 0 = 0$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 72 + 3,45 + 28 = 72 + 28 + 3,45 = 100 + 3,45 = 103,45$$

$$F = 1,5 \times 0,4 + 1,5 \times 0,6 = 1,5 \times (0,4 + 0,6) = 1,5 \times 1 = 1,5$$

$$G = 17 \times 9 = 17 \times (10 - 1) = 17 \times 10 - 17 \times 1 = 170 - 17 = 153$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $8 \times 8 = 8^2$ $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\ 600$$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

$$\text{« } 0,3^2 = 0,9 \text{ » Faux. } 0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

$$\text{« } 3^2 = 6 \text{ » Faux. } 3^2 = 3 \times 3 = 9. \text{ L'exposant ne multiplie pas : } 3 \times 2 = 6, \text{ c'est le double.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 34 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 34 < 36 = 6^2)$$

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 50 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 50 < 64 = 8^2)$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°343



CAPU0343

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 4^2 - 4 = 3 \times 16 - 4 = 48 - 4 = 44$

$$B = (3 \times 4)^2 - 4 = 12^2 - 4 = 144 - 4 = 140$$

$$C = 6^2 + 4^2 = 36 + 16 = 52$$

$$D = (6 + 4)^2 = 10^2 = 100$$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } n = 2 : n^3 + 2 = 2^3 + 2 = 8 + 2 = 10$$

$$\text{Pour } n = 10 : n^3 + 2 = 10^3 + 2 = 1\,000 + 2 = 1\,002$$

Exercice 7 — Correction

1. $1\text{ m} = 100\text{ cm}$ et $100 \div 50 = 2$: il y a 2 carreaux par mètre.

$$4 \times 2 = 8$$

a) Il faut 8 carreaux le long d'un côté.

$$8 \text{ rangées de } 8 \text{ carreaux} : 8^2 = 8 \times 8 = 64$$

b) Il faut 64 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 57 et 97. » $\rightarrow$ encore 39 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 64, 81.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 64.

Le nombre mystère est 64 ($64 = 8^2$ et $64 = 4^3$).