



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°344



CAPU0344

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la différence entre 15 et le produit de 2 par 5.
- **B** est le produit de la différence entre 15 et 2 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 \times 6)^2 \quad D = 12 + 9 \times 3 \quad E = 35 - 6 \times 4$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$916 \text{ divisé par } 7 \quad 717 \text{ divisé par } 29$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 229 par 10 ? Justifier.

$$(a) 229 = 10 \times 23 - 1 \quad (b) 229 = 10 \times 21 + 19 \quad (c) 229 = 10 \times 22 + 9$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 103 élèves en sortie dans des minibus de 15 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 668					
5 229					
591					
265					
5 770					

2. Dans le nombre $61\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 6 est un diviseur de 102.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°344



CAPU0344

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 3 + 2 \times 2 \quad B = 42 \div 6 \times 2$$

$$C = (7 + 8) \times 5 - 14 \quad D = [5 + 8 \times (8 - 3)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 \times 9 - 9 + 7 = 38 \quad 8 + 7 \times 6 + 2 = 64$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 82 + 0,75 + 18 \quad F = 3,6 \times 0,4 + 3,6 \times 0,6 \quad G = 42 \times 9$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 \times 5 \times 5 \quad 4 \times 4 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 8 + 8 + 8$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 4^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$(1 + 2)^2 = 1^2 + 2^2 \quad 1^3 = 1 \quad 2^3 = 6$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

$$125; 78; 100; 140; 144; 64$$

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 4^2 - 3 \quad B = (4 \times 4)^2 - 3$$

$$C = 6^2 + 3^2 \quad D = (6 + 3)^2$$

2. On pose $A = 3x^2 - 8$ et $B = (3x)^2 - 8$. Calculer A et B pour $x = 3$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 151 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 104 et 178.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 9.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 15 - 2 \times 5 = 15 - 10 = 5$

$B = (15 - 2) \times 5 = 13 \times 5 = 65$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 \times 6)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 6.

$D = 12 + 9 \times 3$ est une **somme** : c'est la somme de 12 et du produit de 9 par 3.

$E = 35 - 6 \times 4$ est une **différence** : c'est la différence entre 35 et le produit de 6 par 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 130 = 910 \leq 916 < 917 = 7 \times 131$: le quotient est 130, le reste $916 - 910 = 6$.

$916 = 7 \times 130 + 6$, avec $6 < 7$.

$29 \times 24 = 696 \leq 717 < 725 = 29 \times 25$: le quotient est 24, le reste $717 - 696 = 21$.

$717 = 29 \times 24 + 21$, avec $21 < 29$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 10 » :

(a) $229 = 10 \times 23 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $229 = 10 \times 21 + 19$: le « reste » 19 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

(c) $229 = 10 \times 22 + 9$: le reste 9 est bien inférieur à 10. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 22, reste 9.

Comme $9 < 22$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 229 par 22 : quotient 10, reste 9.

3. $103 = 15 \times 6 + 13$

6 minibus pleins transportent 90 élèves ; il en reste 13 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $6 + 1 = 7$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $15 - 13 = 2$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 668	oui	non	non	non	non
5 229	non	oui	non	oui	non
591	non	oui	non	non	non
265	non	non	oui	non	non
5 770	oui	non	oui	non	oui

Sommes des chiffres :

$$9\ 668 \rightarrow 9 + 6 + 6 + 8 = 29 \quad 5\ 229 \rightarrow 5 + 2 + 2 + 9 = 18 \quad 591 \rightarrow 5 + 9 + 1 = 15$$

$$265 \rightarrow 2 + 6 + 5 = 13 \quad 5\ 770 \rightarrow 5 + 7 + 7 + 0 = 19$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $6 + 1 + \square = 7 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 12$$

Une seule solution : 615.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 774, somme des chiffres 18.

« 6 est un diviseur de 102. » **Vrai.** $102 = 6 \times 17$: le reste de la division de 102 par 6 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 3 + 2 \times 2 = 3 + 4 = 7$

$$B = 42 \div 6 \times 2 = 7 \times 2 = 14$$

$$C = (7 + 8) \times 5 - 14 = 15 \times 5 - 14 = 75 - 14 = 61$$

$$D = [5 + 8 \times (8 - 3)] \div 5 = [5 + 8 \times 5] \div 5 = [5 + 40] \div 5 = 45 \div 5 = 9$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$6 \times 9 - (9 + 7) = 6 \times 9 - 16 = 54 - 16 = 38$$

$$8 + 7 \times (6 + 2) = 8 + 7 \times 8 = 8 + 56 = 64$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 82 + 0,75 + 18 = 82 + 18 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

$$F = 3,6 \times 0,4 + 3,6 \times 0,6 = 3,6 \times (0,4 + 0,6) = 3,6 \times 1 = 3,6$$

$$G = 42 \times 9 = 42 \times (10 - 1) = 42 \times 10 - 42 \times 1 = 420 - 42 = 378$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°344



CAPU0344

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $4 \times 4 = 4^2$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$

$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $8^3 = 512$.

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$

3. « $(1 + 2)^2 = 1^2 + 2^2$ » **Faux**. $(1 + 2)^2 = 3^2 = 9$, alors que $1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5$.

« $1^3 = 1$ » **Vrai**. $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« $2^3 = 6$ » **Faux**. $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$, et non 3×2 .

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube** ! 78 : ni l'un ni l'autre ($8^2 = 64 < 78 < 81 = 9^2$)

$100 = 10^2$: **carré** $125 = 5^3$: **cube**

140 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 140 < 144 = 12^2$) $144 = 12^2$: **carré**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 4^2 - 3 = 4 \times 16 - 3 = 64 - 3 = 61$

$B = (4 \times 4)^2 - 3 = 16^2 - 3 = 256 - 3 = 253$

$C = 6^2 + 3^2 = 36 + 9 = 45$

$D = (6 + 3)^2 = 9^2 = 81$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace x par 3 en rétablissant les signes $\times$.

$A = 3x^2 - 8 = 3 \times 3^2 - 8 = 3 \times 9 - 8 = 27 - 8 = 19$

$B = (3x)^2 - 8 = (3 \times 3)^2 - 8 = 9^2 - 8 = 81 - 8 = 73$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit $3x$ tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 151 :

$12^2 = 144 \leq 151$ et $13^2 = 169 > 151$.

a) **Elle mettra 12 dalles sur chaque côté.**

$151 - 144 = 7$

b) **Il lui restera 7 dalles.**

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 104 et 178. » $\rightarrow$ encore 73 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 121, 144, 169.

« Je suis divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 144.

Le nombre mystère est 144 ($144 = 12^2$).