



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°345



CAPU0345

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré du double de 3.
- **B** est le double du carré de 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 3 \times 3^2 - 20 \quad \mathbf{D} = (2 + 1)^3 \quad \mathbf{E} = 6^2 + 3^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

410 divisé par 9 2 110 divisé par 26

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 157 par 8 ? Justifier.

$$(a) 157 = 8 \times 19 + 5 \quad (b) 157 = 8 \times 20 - 3 \quad (c) 157 = 8 \times 18 + 13$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 86 pages. Nina en lit 15 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
605					
8 896					
1 791					
2 150					
357					

2. Dans le nombre $91\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 5 est un diviseur de 150.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°345



CAPU0345

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 23 + 3 \times 8 \quad B = 18 \div 3 \times 5$$

$$C = 97 - 4 \times (20 - 8) \quad D = [4 + 3 \times (7 - 3)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 \times 4 + 6 + 2 = 48 \quad 9 \times 9 + 9 + 9 = 171$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 63 + 0,75 + 37 \quad F = 26 \times 27 + 26 \times 73 \quad G = 19 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,5 \times 1,5 \quad 7 \times 7 \quad 3 \times 3 \times 3 \quad 9 + 9 + 9$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 4^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad 2^3 = 6 \quad 2^3 = 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

30 ; 16 ; 27 ; 83 ; 102 ; 144

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 5^2 - 2 \quad B = (3 \times 5)^2 - 2$$

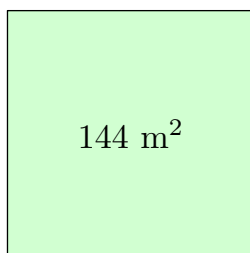
$$C = 3^2 + 2^2 \quad D = (3 + 2)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 6 = 5x$ est-elle vraie pour $x = 1$? Pour $x = 3$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 144 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 35 et 55.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°345



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 \times 3)^2 = 6^2 = 36$

$B = 2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 3 \times 3^2 - 20$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 3 par le carré de 3 et 20.

$D = (2 + 1)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 2 et 1.

$E = 6^2 + 3^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 6 et de 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 45 = 405 \leq 410 < 414 = 9 \times 46$: le quotient est 45, le reste $410 - 405 = 5$.

$410 = 9 \times 45 + 5$, avec $5 < 9$.

$26 \times 81 = 2106 \leq 2110 < 2132 = 26 \times 82$: le quotient est 81, le reste $2110 - 2106 = 4$.

$2110 = 26 \times 81 + 4$, avec $4 < 26$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $157 = 8 \times 19 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 8. ✓

(b) $157 = 8 \times 20 - 3$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $157 = 8 \times 18 + 13$: le « reste » 13 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 19, reste 5.

Comme $5 < 19$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 157 par 19 : quotient 8, reste 5.

3. $86 = 15 \times 5 + 11$

En 5 soirs, elle lit 75 pages ; il lui en reste encore 11.

a) **Il lui faut $5 + 1 = 6$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 11 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
605	non	non	oui	non	non
8 896	oui	non	non	non	non
1 791	non	oui	non	oui	non
2 150	oui	non	oui	non	oui
357	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°345



CAPU0345

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 605 &\rightarrow 6 + 0 + 5 = 11 & 8\,896 &\rightarrow 8 + 8 + 9 + 6 = 31 & 1\,791 &\rightarrow 1 + 7 + 9 + 1 = 18 \\ 2\,150 &\rightarrow 2 + 1 + 5 + 0 = 8 & 357 &\rightarrow 3 + 5 + 7 = 15 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $9 + 1 + \square = 10 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 12 ; \square = 8 : 18$$

2 solutions : 912, 918.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 76 est pair mais $76 = 3 \times 25 + 1$.
« 5 est un diviseur de 150. » **Vrai.** $150 = 5 \times 30$: le reste de la division de 150 par 5 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 23 + 3 \times 8 = 23 + 24 = 47$

$$B = 18 \div 3 \times 5 = 6 \times 5 = 30$$

$$C = 97 - 4 \times (20 - 8) = 97 - 4 \times 12 = 97 - 48 = 49$$

$$D = [4 + 3 \times (7 - 3)] \div 5 = [4 + 3 \times 4] \div 5 = [4 + 12] \div 5 = 16 \div 5 = 3,2$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$4 \times (4 + 6 + 2) = 4 \times (10 + 2) = 4 \times 12 = 48$$

$$9 \times (9 + 9) + 9 = 9 \times 18 + 9 = 162 + 9 = 171$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 63 + 0,75 + 37 = 63 + 37 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

$$F = 26 \times 27 + 26 \times 73 = 26 \times (27 + 73) = 26 \times 100 = 2\,600$$

$$G = 19 \times 99 = 19 \times (100 - 1) = 19 \times 100 - 19 \times 1 = 1\,900 - 19 = 1\,881$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $7 \times 7 = 7^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 9^3 = 729.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

$$\text{« } 2^3 = 6 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8, \text{ et non } 3 \times 2.$$

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 27 = 3^3 : \text{cube}$$

$$30 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 30 < 36 = 6^2) \quad 83 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 83 < 100 = 10^2)$$

$$102 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 102 < 121 = 11^2) \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°345



CAPU0345

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 5^2 - 2 = 3 \times 25 - 2 = 75 - 2 = 73$

$B = (3 \times 5)^2 - 2 = 15^2 - 2 = 225 - 2 = 223$

$C = 3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13$

$D = (3 + 2)^2 = 5^2 = 25$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 1$: $x^2 + 6 = 1^2 + 6 = 1 + 6 = 7$ et $5x = 5 \times 1 = 5$.

$7 \neq 5$: l'égalité est fausse pour $x = 1$.

Pour $x = 3$: $x^2 + 6 = 3^2 + 6 = 9 + 6 = 15$ et $5x = 5 \times 3 = 15$.

$15 = 15$: l'égalité est vraie pour $x = 3$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 2$, et seulement pour 3 et 2.)

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 144 : $12 \times 12 = 144$, c'est-à-dire $12^2 = 144$.

a) Le côté mesure 12 m.

$4 \times 12 = 48$

b) Le périmètre est de 48 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **$4 \times$ côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 35 et 55. » $\rightarrow$ encore 19 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 36, 49.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 49.

Le nombre mystère est 49 ($49 = 7^2$).