



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°346



CAPU0346

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 9 et 21 par 3.
- **B** est la somme de 9 et du quotient de 21 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 + 3)^2 \quad D = 20 + 64 \div 8 \quad E = 2 \times 7^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

410 divisé par 9 2 386 divisé par 28

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 303 par 8 ? Justifier.

$$(a) 303 = 8 \times 38 - 1 \quad (b) 303 = 8 \times 36 + 15 \quad (c) 303 = 8 \times 37 + 7$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 116 élèves en sortie dans des minibus de 15 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
627					
515					
6 291					
7 180					
6 752					

2. Dans le nombre $33\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 45 est un multiple de 3.



Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 27 + 5 \times 5 \quad B = 36 \div 6 \times 4$$

$$C = 89 - 5 \times (13 - 8) \quad D = 3,7 + 4 \times 1,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 + 5 \times 7 - 9 = 89 \quad 6 \times 4 + 2 \times 6 = 156$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 24 \times 99 \quad F = 12,5 \times 0,4 + 12,5 \times 0,6 \quad G = 77 + 5,05 + 23$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,5 \times 1,5 \quad 3 \times 3 \times 3 \quad 5 \times 5 \quad 3 + 3 + 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 2^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad 4 \times 4^2 = 16^2 \quad 9^2 = 18$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

150 ; 49 ; 16 ; 8 ; 83 ; 142

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 3^2 - 8 \quad B = (4 \times 3)^2 - 8$$

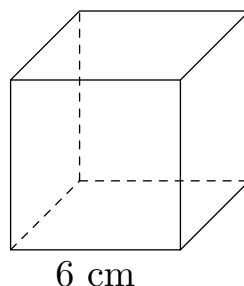
$$C = 5^2 + 3^2 \quad D = (5 + 3)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 20 = 9x$ est-elle vraie pour $x = 6$? Pour $x = 4$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 6 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 30.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.

Mon chiffre des unités est 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°346



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (9 + 21) \div 3 = 30 \div 3 = 10$

$B = 9 + 21 \div 3 = 9 + 7 = 16$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 + 3)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 2 et 3.

$D = 20 + 64 \div 8$ est une **somme** : c'est la somme de 20 et du quotient de 64 par 8.

$E = 2 \times 7^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 7.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 45 = 405 \leq 410 < 414 = 9 \times 46$: le quotient est 45, le reste $410 - 405 = 5$.

$410 = 9 \times 45 + 5$, avec $5 < 9$.

$28 \times 85 = 2\,380 \leq 2\,386 < 2\,408 = 28 \times 86$: le quotient est 85, le reste $2\,386 - 2\,380 = 6$.

$2\,386 = 28 \times 85 + 6$, avec $6 < 28$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $303 = 8 \times 38 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $303 = 8 \times 36 + 15$: le « reste » 15 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

(c) $303 = 8 \times 37 + 7$: le reste 7 est bien inférieur à 8. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 37, reste 7.

Comme $7 < 37$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 303 par 37 : quotient 8, reste 7.

3. $116 = 15 \times 7 + 11$

7 minibus pleins transportent 105 élèves ; il en reste 11 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $7 + 1 = 8$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $15 - 11 = 4$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°346



CAPU0346

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
627	non	oui	non	non	non
515	non	non	oui	non	non
6 291	non	oui	non	oui	non
7 180	oui	non	oui	non	oui
6 752	oui	non	non	non	non

Sommes des chiffres :

$$627 \rightarrow 6 + 2 + 7 = 15 \quad 515 \rightarrow 5 + 1 + 5 = 11 \quad 6\,291 \rightarrow 6 + 2 + 9 + 1 = 18$$

$$7\,180 \rightarrow 7 + 1 + 8 + 0 = 16 \quad 6\,752 \rightarrow 6 + 7 + 5 + 2 = 20$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $3 + 3 + \square = 6 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 6 ; \square = 6 : 12$$

2 solutions : 330, 336.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 78 est divisible par 3 ($78 = 3 \times 26$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 15, n'est pas dans la table de 9).

« 45 est un multiple de 3. » **Vrai.** $45 = 3 \times 15$: le reste de la division de 45 par 3 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 27 + 5 \times 5 = 27 + 25 = 52$

$$B = 36 \div 6 \times 4 = 6 \times 4 = 24$$

$$C = 89 - 5 \times (13 - 8) = 89 - 5 \times 5 = 89 - 25 = 64$$

$$D = 3,7 + 4 \times 1,2 = 3,7 + 4,8 = 8,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(9 + 5) \times 7 - 9 = 14 \times 7 - 9 = 98 - 9 = 89$$

$$(6 \times 4 + 2) \times 6 = (24 + 2) \times 6 = 26 \times 6 = 156$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 24 \times 99 = 24 \times (100 - 1) = 24 \times 100 - 24 \times 1 = 2\,400 - 24 = 2\,376$$

$$F = 12,5 \times 0,4 + 12,5 \times 0,6 = 12,5 \times (0,4 + 0,6) = 12,5 \times 1 = 12,5$$

$$G = 77 + 5,05 + 23 = 77 + 23 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $5 \times 5 = 5^2$

$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $3^3 = 27$.

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai**. $0 \times 0 = 0$.

« $4 \times 4^2 = 16^2$ » **Faux**. $4 \times 4^2 = 4 \times 16 = 64$, alors que $16^2 = 256$. Le carré ne porte que sur 4.

« $9^2 = 18$ » **Faux**. $9^2 = 9 \times 9 = 81$. L'exposant ne multiplie pas : $9 \times 2 = 18$, c'est le double.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$8 = 2^3$: **cube** $16 = 4^2$: **carré**

$49 = 7^2$: **carré** 83 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 83 < 100 = 10^2$)

142 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 142 < 144 = 12^2$) 150 : ni l'un ni l'autre ($12^2 = 144 < 150 < 169 = 13^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 3^2 - 8 = 4 \times 9 - 8 = 36 - 8 = 28$

$B = (4 \times 3)^2 - 8 = 12^2 - 8 = 144 - 8 = 136$

$C = 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$

$D = (5 + 3)^2 = 8^2 = 64$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 6$: $x^2 + 20 = 6^2 + 20 = 36 + 20 = 56$ et $9x = 9 \times 6 = 54$.

$56 \neq 54$: l'égalité est fausse pour $x = 6$.

Pour $x = 4$: $x^2 + 20 = 4^2 + 20 = 16 + 20 = 36$ et $9x = 9 \times 4 = 36$.

$36 = 36$: l'égalité est vraie pour $x = 4$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 5$, et seulement pour 4 et 5.)

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 6 petits cubes sur 6 : $6^2 = 6 \times 6 = 36$.

a) On voit 36 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 6 couches de 36 petits cubes : $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$.

b) Il a utilisé 216 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $6 - 2 = 4$ petits cubes d'arête. $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$.

c) 64 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°346



CAPU0346

« Je suis compris entre 1 et 30. » → encore 28 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » → reste : 4, 9, 16, 25.

« Je suis divisible par 2. » → reste : 4, 16.

« Mon chiffre des unités est 6. » → reste : 16.

Le nombre mystère est 16 ($16 = 4^2$).