



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°347



CAPU0347

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le double du carré de 6.
- **B** est le carré du double de 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 4 \times 9^2 - 8 \quad \mathbf{D} = (5 + 2)^2 \quad \mathbf{E} = (4 + 8) \times 8$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

654 divisé par 8 1 951 divisé par 24

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 276 par 10 ? Justifier.

$$(a) 276 = 10 \times 27 + 6 \quad (b) 276 = 10 \times 28 - 4 \quad (c) 276 = 10 \times 26 + 16$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 32 cartes entre 7 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 626					
471					
565					
1 503					
3 290					

2. Dans le nombre $31\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 5 est un diviseur de 93.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°347



CAPU0347

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 9 + 2 \times 8 \quad B = 9 \times 5 - 2 \times 6$$

$$C = (6 + 7) \times 4 - 15 \quad D = 8,1 + 3 \times 0,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 + 6 \times 6 + 8 = 88 \quad 3 \times 8 \times 7 - 9 = 141$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 42 \times 101 \quad F = 52 + 5,05 + 48 \quad G = 18 \times 74 + 18 \times 26$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 + 4 + 4 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 3 \times 3 \quad 2 \times 2 \times 2$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 3^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$5^3 = 15 \quad 10^3 = 1\,000 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

67 ; 36 ; 27 ; 144 ; 143 ; 64

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 2^2 - 3 \quad B = (2 \times 2)^2 - 3$$

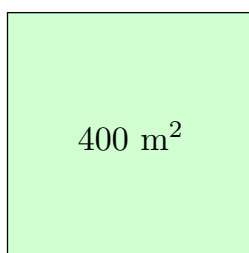
$$C = 2^2 + 7^2 \quad D = (2 + 7)^2$$

2. On pose $A = 5a^2 - 2$ et $B = (5a)^2 - 2$. Calculer A et B pour $a = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 400 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 187 et 256.
sible par 2.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divi-



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2 \times 6^2 = 2 \times 36 = 72$

$B = (2 \times 6)^2 = 12^2 = 144$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 4 \times 9^2 - 8$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 4 par le carré de 9 et 8.

$D = (5 + 2)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 5 et 2.

$E = (4 + 8) \times 8$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 4 et 8 par 8.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 81 = 648 \leq 654 < 656 = 8 \times 82$: le quotient est 81, le reste $654 - 648 = 6$.

$654 = 8 \times 81 + 6$, avec $6 < 8$.

$24 \times 81 = 1\,944 \leq 1\,951 < 1\,968 = 24 \times 82$: le quotient est 81, le reste $1\,951 - 1\,944 = 7$.

$1\,951 = 24 \times 81 + 7$, avec $7 < 24$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 10 » :

(a) $276 = 10 \times 27 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 10. ✓

(b) $276 = 10 \times 28 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $276 = 10 \times 26 + 16$: le « reste » 16 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 27, reste 6.

Comme $6 < 27$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 276 par 27 : quotient 10, reste 6.

3. $32 = 7 \times 4 + 4$, avec $4 < 7$

a) **Chaque joueur reçoit 4 cartes.**

b) **La pioche contient 4 cartes.**

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 7 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 626	oui	non	non	non	non
471	non	oui	non	non	non
565	non	non	oui	non	non
1 503	non	oui	non	oui	non
3 290	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°347



CAPU0347

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 8\ 626 &\rightarrow 8 + 6 + 2 + 6 = 22 & 471 &\rightarrow 4 + 7 + 1 = 12 & 565 &\rightarrow 5 + 6 + 5 = 16 \\ 1\ 503 &\rightarrow 1 + 5 + 0 + 3 = 9 & 3\ 290 &\rightarrow 3 + 2 + 9 + 0 = 14 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $3 + 1 + \square = 4 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 9$$

Une seule solution : 315.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 43 se termine par 3, mais $43 = 3 \times 14 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 5 est un diviseur de 93. » **Faux.** $93 = 5 \times 18 + 3$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 9 + 2 \times 8 = 9 + 16 = 25$

$$B = 9 \times 5 - 2 \times 6 = 45 - 12 = 33$$

$$C = (6 + 7) \times 4 - 15 = 13 \times 4 - 15 = 52 - 15 = 37$$

$$D = 8,1 + 3 \times 0,5 = 8,1 + 1,5 = 9,6$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$4 + 6 \times (6 + 8) = 4 + 6 \times 14 = 4 + 84 = 88$$

$$3 \times (8 \times 7 - 9) = 3 \times (56 - 9) = 3 \times 47 = 141$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 42 \times 101 = 42 \times (100 + 1) = 42 \times 100 + 42 \times 1 = 4\ 200 + 42 = 4\ 242$$

$$F = 52 + 5,05 + 48 = 52 + 48 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

$$G = 18 \times 74 + 18 \times 26 = 18 \times (74 + 26) = 18 \times 100 = 1\ 800$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $3 \times 3 = 3^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$$
 $50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$

3. « $5^3 = 15$ » **Faux.** $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$, et non 3×5 .

« $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$, qui n'est le carré d'aucun entier ($6^2 = 36$ et $7^2 = 49$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 36 = 6^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 67 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 67 < 81 = 9^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°347



CAPU0347

143 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 143 < 144 = 12^2$) $144 = 12^2$: **carré**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 2^2 - 3 = 2 \times 4 - 3 = 8 - 3 = 5$

$$B = (2 \times 2)^2 - 3 = 4^2 - 3 = 16 - 3 = 13$$

$$C = 2^2 + 7^2 = 4 + 49 = 53$$

$$D = (2 + 7)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace a par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 5a^2 - 2 = 5 \times 4^2 - 2 = 5 \times 16 - 2 = 80 - 2 = 78$$

$$B = (5a)^2 - 2 = (5 \times 4)^2 - 2 = 20^2 - 2 = 400 - 2 = 398$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 5a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 400 : $20 \times 20 = 400$, c'est-à-dire $20^2 = 400$.

a) Le côté mesure 20 m.

$$4 \times 20 = 80$$

b) Le périmètre est de 80 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 $\times$ côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 187 et 256. » $\rightarrow$ encore 68 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 196, 225.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 225.

Le nombre mystère est 225 ($225 = 15^2$).