



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°348



CAPU0348

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré du double de 4.
- **B** est le double du carré de 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 \times 5)^2 \quad D = 5^2 - 1 \quad E = (25 + 2) \div 9$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

325 divisé par 6 2 205 divisé par 23

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 190 par 8 ? Justifier.

$$(a) 190 = 8 \times 23 + 6 \quad (b) 190 = 8 \times 24 - 2 \quad (c) 190 = 8 \times 22 + 14$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 32 cartes entre 5 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 893					
1 810					
381					
785					
8 938					

2. Dans le nombre $80\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 123 est un multiple de 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°348



CAPU0348

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 11 + 5 \times 7 \quad B = 9 \times 7 - 3 \times 4$$

$$C = (12 + 2) \times 4 - 7 \quad D = 4,4 + 5 \times 0,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 \times 4 + 8 - 4 = 104 \quad 8 \times 6 - 2 - 9 = 23$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 20 + 5,05 + 80 \quad F = 17 \times 99 \quad G = 21 \times 65 + 21 \times 35$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 + 5 + 5 \quad 0,7 \times 0,7 \quad 5 \times 5 \quad 4 \times 4 \times 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 5^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad 10^3 = 1\,000 \quad 4^3 = 12$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

81 ; 52 ; 75 ; 27 ; 119 ; 144

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 5^2 - 8 \quad B = (5 \times 5)^2 - 8$$

$$C = 7^2 + 3^2 \quad D = (7 + 3)^2$$

2. On pose $A = 2x^2 - 5$ et $B = (2x)^2 - 5$. Calculer A et B pour $x = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 67 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 58 et 104.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 9.

Je ne suis pas divisible par 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°348



CAPU0348

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 \times 4)^2 = 8^2 = 64$

$B = 2 \times 4^2 = 2 \times 16 = 32$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 \times 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 5.

$D = 5^2 - 1$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 5 et 1.

$E = (25 + 2) \div 9$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 25 et 2 par 9.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 54 = 324 \leq 325 < 330 = 6 \times 55$: le quotient est 54, le reste $325 - 324 = 1$.

$325 = 6 \times 54 + 1$, avec $1 < 6$.

$23 \times 95 = 2\,185 \leq 2\,205 < 2\,208 = 23 \times 96$: le quotient est 95, le reste $2\,205 - 2\,185 = 20$.

$2\,205 = 23 \times 95 + 20$, avec $20 < 23$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $190 = 8 \times 23 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 8. ✓

(b) $190 = 8 \times 24 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $190 = 8 \times 22 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 23, reste 6.

Comme $6 < 23$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 190 par 23 : quotient 8, reste 6.

3. $32 = 5 \times 6 + 2$, avec $2 < 5$

a) Chaque joueur reçoit 6 cartes.

b) La pioche contient 2 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 5 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 893	non	oui	non	oui	non
1 810	oui	non	oui	non	oui
381	non	oui	non	non	non
785	non	non	oui	non	non
8 938	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°348



CAPU0348

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 7\,893 &\rightarrow 7 + 8 + 9 + 3 = 27 & 1\,810 &\rightarrow 1 + 8 + 1 + 0 = 10 & 381 &\rightarrow 3 + 8 + 1 = 12 \\ 785 &\rightarrow 7 + 8 + 5 = 20 & 8\,938 &\rightarrow 8 + 9 + 3 + 8 = 28 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $8 + 0 + \square = 8 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 4 : 12$$

Une seule solution : 804.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 69 est divisible par 3 ($69 = 3 \times 23$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 15, n'est pas dans la table de 9).

« 123 est un multiple de 5. » **Faux.** $123 = 5 \times 24 + 3$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 11 + 5 \times 7 = 11 + 35 = 46$

$$B = 9 \times 7 - 3 \times 4 = 63 - 12 = 51$$

$$C = (12 + 2) \times 4 - 7 = 14 \times 4 - 7 = 56 - 7 = 49$$

$$D = 4,4 + 5 \times 0,5 = 4,4 + 2,5 = 6,9$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$9 \times (4 + 8) - 4 = 9 \times 12 - 4 = 108 - 4 = 104$$

$$8 \times (6 - 2) - 9 = 8 \times 4 - 9 = 32 - 9 = 23$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 20 + 5,05 + 80 = 20 + 80 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

$$F = 17 \times 99 = 17 \times (100 - 1) = 17 \times 100 - 17 \times 1 = 1\,700 - 17 = 1\,683$$

$$G = 21 \times 65 + 21 \times 35 = 21 \times (65 + 35) = 21 \times 100 = 2\,100$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $5 \times 5 = 5^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$

$$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 5^3 = 125.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

« $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

« $4^3 = 12$ » **Faux.** $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$, et non 3×4 .

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 52 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 52 < 64 = 8^2)$$

$$75 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 75 < 81 = 9^2) \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$

$$119 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 119 < 121 = 11^2) \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°348



CAPU0348

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 5^2 - 8 = 5 \times 25 - 8 = 125 - 8 = 117$

$$B = (5 \times 5)^2 - 8 = 25^2 - 8 = 625 - 8 = 617$$

$$C = 7^2 + 3^2 = 49 + 9 = 58$$

$$D = (7 + 3)^2 = 10^2 = 100$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 2x^2 - 5 = 2 \times 4^2 - 5 = 2 \times 16 - 5 = 32 - 5 = 27$$

$$B = (2x)^2 - 5 = (2 \times 4)^2 - 5 = 8^2 - 5 = 64 - 5 = 59$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 2x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 67 :

$$8^2 = 64 \leq 67 \text{ et } 9^2 = 81 > 67.$$

a) Elle mettra 8 dalles sur chaque côté.

$$67 - 64 = 3$$

b) Il lui restera 3 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 58 et 104. » $\rightarrow$ encore 45 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 64, 81, 100.

« Je ne suis pas divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 64, 100.

« Je ne suis pas divisible par 5. » $\rightarrow$ reste : 64.

Le nombre mystère est 64 ($64 = 8^2$ et $64 = 4^3$).