



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°349



CAPU0349

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la différence entre 32 et le produit de 4 par 5.
- **B** est le produit de la différence entre 32 et 4 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 12^2 - 76 \quad D = 2 \times 4^2 \quad E = (3 + 5)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

758 divisé par 3 1 757 divisé par 22

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 427 par 14 ? Justifier.

$$(a) 427 = 14 \times 30 + 7 \quad (b) 427 = 14 \times 29 + 21 \quad (c) 427 = 14 \times 31 - 7$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collègue emmène 49 élèves en sortie dans des minibus de 8 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 852					
9 477					
9 550					
111					
595					

2. Dans le nombre $2\square7$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 156 est un multiple de 7.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°349



CAPU0349

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 38 - 6 + 14 \quad B = 45 \div 9 \times 2$$

$$C = (3 \times 6 - 1) \div 4 \quad D = 1,5 + 5 \times 1,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 + 8 \times 5 - 3 = 47 \quad 5 \times 5 + 3 - 8 = 32$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 68 + 0,75 + 32 \quad F = 47 \times 9 \quad G = 12,5 \times 0,8 + 12,5 \times 0,2$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,1 \times 1,1 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 7 \times 7 \quad 5 + 5 + 5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 3^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 1^3 = 1 \quad 4 \times 3^2 = 12^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

16 ; 30 ; 100 ; 8 ; 64 ; 145

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 5^2 - 5 \quad B = (5 \times 5)^2 - 5$$

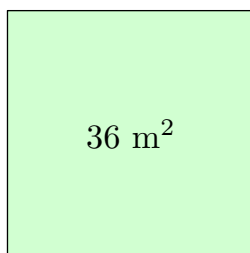
$$C = 4^2 + 6^2 \quad D = (4 + 6)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 2 = 3n$ est-elle vraie pour $n = 2$? Pour $n = 6$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 36 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 4 et 59.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 9.

Je suis divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°349



CAPU0349

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 32 - 4 \times 5 = 32 - 20 = 12$

$$B = (32 - 4) \times 5 = 28 \times 5 = 140$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 12^2 - 76$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 12 et 76.

$$D = 2 \times 4^2 \text{ est un } \mathbf{produit} : \text{c'est le double du carré de 4.}$$

$$E = (3 + 5)^2 \text{ est un } \mathbf{carré} : \text{c'est le carré de la somme de 3 et 5.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $3 \times 252 = 756 \leq 758 < 759 = 3 \times 253$: le quotient est 252, le reste $758 - 756 = 2$.

$$\mathbf{758 = 3 \times 252 + 2}, \text{ avec } 2 < 3.$$

$$22 \times 79 = 1\,738 \leq 1\,757 < 1\,760 = 22 \times 80 : \text{le quotient est 79, le reste } 1\,757 - 1\,738 = 19.$$

$$\mathbf{1\,757 = 22 \times 79 + 19}, \text{ avec } 19 < 22.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 14 » :

(a) $427 = 14 \times 30 + 7$: le reste 7 est bien inférieur à 14. ✓

(b) $427 = 14 \times 29 + 21$: le « reste » 21 est plus grand que 14, on pouvait encore mettre 14 une fois de plus.

(c) $427 = 14 \times 31 - 7$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 30, reste 7.

Comme $7 < 30$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 427 par 30 : quotient 14, reste 7.

3. $49 = 8 \times 6 + 1$

6 minibus pleins transportent 48 élèves ; il en reste 1 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $6 + 1 = 7$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $8 - 1 = 7$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°349



CAPU0349

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 852	oui	non	non	non	non
9 477	non	oui	non	oui	non
9 550	oui	non	oui	non	oui
111	non	oui	non	non	non
595	non	non	oui	non	non

Sommes des chiffres :

$$1\ 852 \rightarrow 1 + 8 + 5 + 2 = 16 \quad 9\ 477 \rightarrow 9 + 4 + 7 + 7 = 27 \quad 9\ 550 \rightarrow 9 + 5 + 5 + 0 = 19$$

$$111 \rightarrow 1 + 1 + 1 = 3 \quad 595 \rightarrow 5 + 9 + 5 = 19$$

2. Somme des chiffres : $2 + \square + 7 = 9 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 9; \square = 3 : 12; \square = 6 : 15; \square = 9 : 18$$

4 solutions : **207, 237, 267, 297.**

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 297, somme des chiffres 18.

« 156 est un multiple de 7. » **Faux.** $156 = 7 \times 22 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite.**

1. $A = 38 - 6 + 14 = 32 + 14 = 46$

$$B = 45 \div 9 \times 2 = 5 \times 2 = 10$$

$$C = (3 \times 6 - 1) \div 4 = (18 - 1) \div 4 = 17 \div 4 = 4,25$$

$$D = 1,5 + 5 \times 1,5 = 1,5 + 7,5 = 9$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(2 + 8) \times 5 - 3 = 10 \times 5 - 3 = 50 - 3 = 47$$

$$5 \times (5 + 3) - 8 = 5 \times 8 - 8 = 40 - 8 = 32$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 68 + 0,75 + 32 = 68 + 32 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

$$F = 47 \times 9 = 47 \times (10 - 1) = 47 \times 10 - 47 \times 1 = 470 - 47 = 423$$

$$G = 12,5 \times 0,8 + 12,5 \times 0,2 = 12,5 \times (0,8 + 0,2) = 12,5 \times 1 = 12,5$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°349



CAPU0349

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $7 \times 7 = 7^2$

$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $5^3 = 125$.

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$ $40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux**. Contre-exemple : $1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$, qui n'est le carré d'aucun entier ($3^2 = 9$ et $4^2 = 16$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

« $1^3 = 1$ » **Vrai**. $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« $4 \times 3^2 = 12^2$ » **Faux**. $4 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$, alors que $12^2 = 144$. Le carré ne porte que sur 3.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$8 = 2^3$: **cube** $16 = 4^2$: **carré**

30 : ni l'un ni l'autre ($5^2 = 25 < 30 < 36 = 6^2$) $64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube** !

$100 = 10^2$: **carré** 145 : ni l'un ni l'autre ($12^2 = 144 < 145 < 169 = 13^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 5^2 - 5 = 5 \times 25 - 5 = 125 - 5 = 120$

$B = (5 \times 5)^2 - 5 = 25^2 - 5 = 625 - 5 = 620$

$C = 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52$

$D = (4 + 6)^2 = 10^2 = 100$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $n = 2$: $n^2 + 2 = 2^2 + 2 = 4 + 2 = 6$ et $3n = 3 \times 2 = 6$.

6 = 6 : l'égalité est vraie pour n = 2.

Pour $n = 6$: $n^2 + 2 = 6^2 + 2 = 36 + 2 = 38$ et $3n = 3 \times 6 = 18$.

38 ≠ 18 : l'égalité est fausse pour n = 6.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 1$, et seulement pour 2 et 1.)

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 36 : $6 \times 6 = 36$, c'est-à-dire $6^2 = 36$.

a) **Le côté mesure 6 m.**

$4 \times 6 = 24$

b) **Le périmètre est de 24 m.**

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 × côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 4 et 59. » → encore 54 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » → reste : 9, 16, 25, 36, 49.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°349



CAPU0349

« Je suis divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 9, 36.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 36.

Le nombre mystère est 36 ($36 = 6^2$).