



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°35



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 16 et du quotient de 28 par 4.
- **B** est le quotient de la somme de 16 et 28 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (3 + 1)^3 \quad D = 3 \times (15 - 9) \quad E = 1^2 + 4^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

678 divisé par 4 2 259 divisé par 13

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 148 par 11 ? Justifier.

$$(a) 148 = 11 \times 12 + 16 \quad (b) 148 = 11 \times 14 - 6 \quad (c) 148 = 11 \times 13 + 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 248 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
595					
231					
2 608					
6 291					
3 780					

2. Dans le nombre $70\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 175 est un multiple de 7.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°35



CAPU0035

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 54 - 4 + 9 \quad B = 30 \div 5 \times 2$$

$$C = (8 + 2) \times 5 - 13 \quad D = 9,1 + 3 \times 1,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 \times 7 + 7 + 2 = 80 \quad 6 \times 2 - 4 - 4 = 12$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 42 + 5,05 + 58 \quad F = 18 \times 9 \quad G = 45 \times 23 + 45 \times 77$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 \times 4 \times 4 \quad 1,1 \times 1,1 \quad 8 + 8 + 8 \quad 7 \times 7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 4^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$4^2 = 8 \quad 3 \times 3^2 = 9^2 \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

32 ; 16 ; 69 ; 106 ; 25 ; 27

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 4^2 - 8 \quad B = (3 \times 4)^2 - 8$$

$$C = 3^2 + 2^2 \quad D = (3 + 2)^2$$

2. Calculer l'expression $2x^3$ pour $x = 5$, puis pour $x = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 60 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 251 et 291.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°35



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 16 + 28 \div 4 = 16 + 7 = 23$

$B = (16 + 28) \div 4 = 44 \div 4 = 11$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (3 + 1)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 3 et 1.

$D = 3 \times (15 - 9)$ est un **produit** : c'est le produit de 3 par la différence entre 15 et 9.

$E = 1^2 + 4^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 1 et de 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 169 = 676 \leq 678 < 680 = 4 \times 170$: le quotient est 169, le reste $678 - 676 = 2$.

$678 = 4 \times 169 + 2$, avec $2 < 4$.

$13 \times 173 = 2\,249 \leq 2\,259 < 2\,262 = 13 \times 174$: le quotient est 173, le reste $2\,259 - 2\,249 = 10$.

$2\,259 = 13 \times 173 + 10$, avec $10 < 13$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $148 = 11 \times 12 + 16$: le « reste » 16 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(b) $148 = 11 \times 14 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $148 = 11 \times 13 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 11. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 13, reste 5.

Comme $5 < 13$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 148 par 13 : quotient 11, reste 5.

3. $248 = 12 \times 20 + 8$, avec $8 < 12$

a) Elle remplit 20 boîtes pleines.

b) Il reste 8 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
595	non	non	oui	non	non
231	non	oui	non	non	non
2 608	oui	non	non	non	non
6 291	non	oui	non	oui	non
3 780	oui	oui	oui	oui	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°35



CAPU0035

Sommes des chiffres :

$$595 \rightarrow 5 + 9 + 5 = 19 \quad 231 \rightarrow 2 + 3 + 1 = 6 \quad 2\,608 \rightarrow 2 + 6 + 0 + 8 = 16$$

$$6\,291 \rightarrow 6 + 2 + 9 + 1 = 18 \quad 3\,780 \rightarrow 3 + 7 + 8 + 0 = 18$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $7 + 0 + \square = 7 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 12$$

Une seule solution : 705.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 175 est un multiple de 7. » **Vrai.** $175 = 7 \times 25$: le reste de la division de 175 par 7 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 54 - 4 + 9 = 50 + 9 = 59$

$$B = 30 \div 5 \times 2 = 6 \times 2 = 12$$

$$C = (8 + 2) \times 5 - 13 = 10 \times 5 - 13 = 50 - 13 = 37$$

$$D = 9,1 + 3 \times 1,2 = 9,1 + 3,6 = 12,7$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 \times (7 + 7 + 2) = 5 \times (14 + 2) = 5 \times 16 = 80$$

$$6 \times 2 - (4 - 4) = 6 \times 2 - 0 = 12 - 0 = 12$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 42 + 5,05 + 58 = 42 + 58 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

$$F = 18 \times 9 = 18 \times (10 - 1) = 18 \times 10 - 18 \times 1 = 180 - 18 = 162$$

$$G = 45 \times 23 + 45 \times 77 = 45 \times (23 + 77) = 45 \times 100 = 4\,500$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $7 \times 7 = 7^2$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $4^2 = 8$ » **Faux.** $4^2 = 4 \times 4 = 16$. L'exposant ne multiplie pas : $4 \times 2 = 8$, c'est le double.

« $3 \times 3^2 = 9^2$ » **Faux.** $3 \times 3^2 = 3 \times 9 = 27$, alors que $9^2 = 81$. Le carré ne porte que sur 3.

« $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 32 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 32 < 36 = 6^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°35



CAPU0035

69 : ni l'un ni l'autre ($8^2 = 64 < 69 < 81 = 9^2$) 106 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 106 < 121 = 11^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 4^2 - 8 = 3 \times 16 - 8 = 48 - 8 = 40$

$B = (3 \times 4)^2 - 8 = 12^2 - 8 = 144 - 8 = 136$

$C = 3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13$

$D = (3 + 2)^2 = 5^2 = 25$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×4 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $x = 5$: $2x^3 = 2 \times 5^3 = 2 \times 125 = 250$

Pour $x = 10$: $2x^3 = 2 \times 10^3 = 2 \times 1\,000 = 2\,000$

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 60 :

$7^2 = 49 \leq 60$ et $8^2 = 64 > 60$.

a) Elle mettra 7 dalles sur chaque côté.

$60 - 49 = 11$

b) Il lui restera 11 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 251 et 291. » $\rightarrow$ encore 39 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 256, 289.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 256.

Le nombre mystère est 256 ($256 = 16^2$).