



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°350



CAPU0350

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le double du carré de 4.
- **B** est le carré du double de 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 4^2 + 5^2 \quad \mathbf{D} = (6 + 4)^2 \quad \mathbf{E} = (9 + 4) \times 8$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

838 divisé par 8 1 857 divisé par 28

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 193 par 10 ? Justifier.

$$(a) 193 = 10 \times 19 + 3 \quad (b) 193 = 10 \times 18 + 13 \quad (c) 193 = 10 \times 20 - 7$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 184 pages. Nina en lit 18 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
867					
605					
6 148					
9 060					
7 587					

2. Dans le nombre $1\square 0$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 135 est un multiple de 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°350



CAPU0350

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 12 + 4 \times 6 \quad B = 9 \times 3 - 3 \times 2$$

$$C = 52 - 2 \times (16 - 6) \quad D = 3 \times [25 - (9 + 9)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 \times 3 + 9 \times 4 = 108 \quad 3 + 9 - 3 + 4 = 5$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 13 \times 9 \quad F = 3,6 \times 0,7 + 3,6 \times 0,3 \quad G = 30 + 3,45 + 70$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$12 \times 12 \quad 6 + 6 + 6 \quad 1,1 \times 1,1 \quad 2 \times 2 \times 2$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 4^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad 6^2 = 12 \quad 0,2^2 = 0,4$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

64 ; 62 ; 36 ; 135 ; 125 ; 49

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 2^2 - 8 \quad B = (5 \times 2)^2 - 8$$

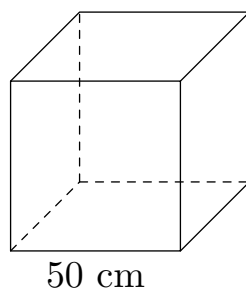
$$C = 4^2 + 1^2 \quad D = (4 + 1)^2$$

2. On pose $A = 4x^2 - 4$ et $B = (4x)^2 - 4$. Calculer A et B pour $x = 5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 50 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 190 et 245.
Je suis divisible par 2.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divi-



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°350



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2 \times 4^2 = 2 \times 16 = 32$

$$B = (2 \times 4)^2 = 8^2 = 64$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 4^2 + 5^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 4 et de 5.

$$D = (6 + 4)^2 \text{ est un } \mathbf{carré} : \text{c'est le carré de la somme de 6 et 4.}$$

$$E = (9 + 4) \times 8 \text{ est un } \mathbf{produit} : \text{c'est le produit de la somme de 9 et 4 par 8.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 104 = 832 \leq 838 < 840 = 8 \times 105$: le quotient est 104, le reste $838 - 832 = 6$.

$$838 = 8 \times 104 + 6, \text{ avec } 6 < 8.$$

$$28 \times 66 = 1\,848 \leq 1\,857 < 1\,876 = 28 \times 67 : \text{le quotient est 66, le reste } 1\,857 - 1\,848 = 9.$$

$$1\,857 = 28 \times 66 + 9, \text{ avec } 9 < 28.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 10 » :

(a) $193 = 10 \times 19 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 10. ✓

(b) $193 = 10 \times 18 + 13$: le « reste » 13 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

(c) $193 = 10 \times 20 - 7$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 19, reste 3.

Comme $3 < 19$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 193 par 19 : quotient 10, reste 3.

3. $184 = 18 \times 10 + 4$

En 10 soirs, elle lit 180 pages ; il lui en reste encore 4.

a) Il lui faut $10 + 1 = 11$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 4 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
867	non	oui	non	non	non
605	non	non	oui	non	non
6 148	oui	non	non	non	non
9 060	oui	oui	oui	non	oui
7 587	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°350



CAPU0350

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 867 &\rightarrow 8 + 6 + 7 = 21 & 605 &\rightarrow 6 + 0 + 5 = 11 & 6\,148 &\rightarrow 6 + 1 + 4 + 8 = 19 \\ 9\,060 &\rightarrow 9 + 0 + 6 + 0 = 15 & 7\,587 &\rightarrow 7 + 5 + 8 + 7 = 27 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $1 + \square + 0 = 1 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 3 ; \square = 5 : 6 ; \square = 8 : 9$$

3 solutions : 120, 150, 180.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 52 est pair mais $52 = 3 \times 17 + 1$.
« 135 est un multiple de 9. » **Vrai.** $135 = 9 \times 15$: le reste de la division de 135 par 9 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 12 + 4 \times 6 = 12 + 24 = 36$

$$B = 9 \times 3 - 3 \times 2 = 27 - 6 = 21$$

$$C = 52 - 2 \times (16 - 6) = 52 - 2 \times 10 = 52 - 20 = 32$$

$$D = 3 \times [25 - (9 + 9)] = 3 \times [25 - 18] = 3 \times 7 = 21$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(6 \times 3 + 9) \times 4 = (18 + 9) \times 4 = 27 \times 4 = 108$$

$$3 + 9 - (3 + 4) = 3 + 9 - 7 = 12 - 7 = 5$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 13 \times 9 = 13 \times (10 - 1) = 13 \times 10 - 13 \times 1 = 130 - 13 = 117$$

$$F = 3,6 \times 0,7 + 3,6 \times 0,3 = 3,6 \times (0,7 + 0,3) = 3,6 \times 1 = 3,6$$

$$G = 30 + 3,45 + 70 = 30 + 70 + 3,45 = 100 + 3,45 = 103,45$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $12 \times 12 = 12^2$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

$$\text{« } 6^2 = 12 \text{ » Faux. } 6^2 = 6 \times 6 = 36. \text{ L'exposant ne multiplie pas : } 6 \times 2 = 12, \text{ c'est le double.}$$

$$\text{« } 0,2^2 = 0,4 \text{ » Faux. } 0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$36 = 6^2 : \text{carré} \quad 49 = 7^2 : \text{carré}$$

$$62 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 62 < 64 = 8^2) \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!}$$

$$125 = 5^3 : \text{cube} \quad 135 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 135 < 144 = 12^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°350



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 2^2 - 8 = 5 \times 4 - 8 = 20 - 8 = 12$

$$B = (5 \times 2)^2 - 8 = 10^2 - 8 = 100 - 8 = 92$$

$$C = 4^2 + 1^2 = 16 + 1 = 17$$

$$D = (4 + 1)^2 = 5^2 = 25$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par 5 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 4x^2 - 4 = 4 \times 5^2 - 4 = 4 \times 25 - 4 = 100 - 4 = 96$$

$$B = (4x)^2 - 4 = (4 \times 5)^2 - 4 = 20^2 - 4 = 400 - 4 = 396$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 4x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $V = 50^3 = 50 \times 50 \times 50 = 125\,000$

a) Le volume est de 125 000 cm³.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000\text{ cm}^3 = 1\text{ L}$.

$$125\,000 \div 1\,000 = 125$$

b) L'aquarium contient 125 litres.

Autre façon de voir : 50 cm, c'est 5 fois 10 cm ; on range $5 \times 5 \times 5 = 125$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 190 et 245. » $\rightarrow$ encore 54 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 196, 225.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 225.

Le nombre mystère est 225 ($225 = 15^2$).