



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°351



CAPU0351

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 42 et 42 par 6.
- **B** est la somme de 42 et du quotient de 42 par 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 12 + 6 \times 7 \quad \mathbf{D} = 33 - 6 \times 5 \quad \mathbf{E} = 2 \times 5^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$225 \text{ divisé par } 4 \quad 1\,408 \text{ divisé par } 26$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 147 par 8 ? Justifier.

$$(a) 147 = 8 \times 19 - 5 \quad (b) 147 = 8 \times 18 + 3 \quad (c) 147 = 8 \times 17 + 11$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 115 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
505					
1 148					
4 670					
411					
8 631					

2. Dans le nombre $6\square 7$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 52 est un multiple de 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°351



CAPU0351

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 3 + 9 \times 5 \quad B = 19 + 16 \div 2 \times 3$$

$$C = 90 - 3 \times (12 - 4) \quad D = 8,7 + 3 \times 1,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 - 5 + 2 + 4 = 4 \quad 7 \times 4 \times 9 - 3 = 168$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 4,5 \times 0,25 + 4,5 \times 0,75 \quad F = 2 \times 73 \times 50 \quad G = 31 \times 101$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 \times 5 \quad 2 + 2 + 2 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 1,5 \times 1,5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 3^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$3^2 = 6 \quad 10^3 = 1\,000 \quad 2^3 = 6$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

8 ; 36 ; 28 ; 47 ; 49 ; 74

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 3^2 - 5 \quad B = (3 \times 3)^2 - 5$$

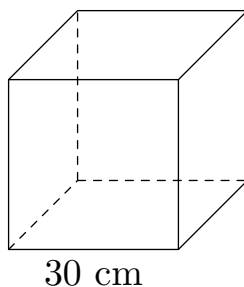
$$C = 2^2 + 3^2 \quad D = (2 + 3)^2$$

2. Calculer l'expression $a^2 + 2a$ pour $a = 2$, puis pour $a = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 30 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 288 et 349.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°351



CAPU0351

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (42 + 42) \div 6 = 84 \div 6 = 14$

$B = 42 + 42 \div 6 = 42 + 7 = 49$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 12 + 6 \times 7$ est une **somme** : c'est la somme de 12 et du produit de 6 par 7.

$D = 33 - 6 \times 5$ est une **différence** : c'est la différence entre 33 et le produit de 6 par 5.

$E = 2 \times 5^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 56 = 224 \leq 225 < 228 = 4 \times 57$: le quotient est 56, le reste $225 - 224 = 1$.

$225 = 4 \times 56 + 1$, avec $1 < 4$.

$26 \times 54 = 1\,404 \leq 1\,408 < 1\,430 = 26 \times 55$: le quotient est 54, le reste $1\,408 - 1\,404 = 4$.

$1\,408 = 26 \times 54 + 4$, avec $4 < 26$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $147 = 8 \times 19 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $147 = 8 \times 18 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 8. ✓

(c) $147 = 8 \times 17 + 11$: le « reste » 11 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 18, reste 3.

Comme $3 < 18$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 147 par 18 : quotient 8, reste 3.

3. $115 = 12 \times 9 + 7$, avec $7 < 12$

a) Elle remplit 9 boîtes pleines.

b) Il reste 7 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
505	non	non	oui	non	non
1 148	oui	non	non	non	non
4 670	oui	non	oui	non	oui
411	non	oui	non	non	non
8 631	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°351



CAPU0351

Sommes des chiffres :

$$505 \rightarrow 5 + 0 + 5 = 10 \quad 1\,148 \rightarrow 1 + 1 + 4 + 8 = 14 \quad 4\,670 \rightarrow 4 + 6 + 7 + 0 = 17$$
$$411 \rightarrow 4 + 1 + 1 = 6 \quad 8\,631 \rightarrow 8 + 6 + 3 + 1 = 18$$

2. Somme des chiffres : $6 + \square + 7 = 13 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 15 ; \square = 5 : 18 ; \square = 8 : 21$$

3 solutions : 627, 657, 687.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 52 est un multiple de 3. » **Faux.** $52 = 3 \times 17 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 3 + 9 \times 5 = 3 + 45 = 48$

$$B = 19 + 16 \div 2 \times 3 = 19 + 8 \times 3 = 19 + 24 = 43$$

$$C = 90 - 3 \times (12 - 4) = 90 - 3 \times 8 = 90 - 24 = 66$$

$$D = 8,7 + 3 \times 1,2 = 8,7 + 3,6 = 12,3$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 - (5 + 2) + 4 = 7 - 7 + 4 = 0 + 4 = 4$$

$$7 \times 4 \times (9 - 3) = 7 \times 4 \times 6 = 28 \times 6 = 168$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 4,5 \times 0,25 + 4,5 \times 0,75 = 4,5 \times (0,25 + 0,75) = 4,5 \times 1 = 4,5$$

$$F = 2 \times 73 \times 50 = 2 \times 50 \times 73 = 100 \times 73 = 7\,300$$

$$G = 31 \times 101 = 31 \times (100 + 1) = 31 \times 100 + 31 \times 1 = 3\,100 + 31 = 3\,131$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 = 5^2 \quad 4 \times 4 \times 4 = 4^3 \quad 1,5 \times 1,5 = 1,5^2$

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 2^3 = 8.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36 \quad 3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27 \quad 0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $3^2 = 6$ » **Faux.** $3^2 = 3 \times 3 = 9$. L'exposant ne multiplie pas : $3 \times 2 = 6$, c'est le double.

« $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

« $2^3 = 6$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$, et non 3×2 .

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 28 : \text{ni l'un ni l'autre} (5^2 = 25 < 28 < 36 = 6^2)$$

$$36 = 6^2 : \text{carré} \quad 47 : \text{ni l'un ni l'autre} (6^2 = 36 < 47 < 49 = 7^2)$$

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 74 : \text{ni l'un ni l'autre} (8^2 = 64 < 74 < 81 = 9^2)$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 3^2 - 5 = 3 \times 9 - 5 = 27 - 5 = 22$

$$B = (3 \times 3)^2 - 5 = 9^2 - 5 = 81 - 5 = 76$$

$$C = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$$

$$D = (2 + 3)^2 = 5^2 = 25$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×3 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } a = 2 : a^2 + 2a = 2^2 + 2 \times 2 = 4 + 2 \times 2 = 4 + 4 = 8$$

$$\text{Pour } a = 10 : a^2 + 2a = 10^2 + 2 \times 10 = 100 + 2 \times 10 = 100 + 20 = 120$$

Exercice 7 — Correction

1. $V = 30^3 = 30 \times 30 \times 30 = 27\,000$

a) Le volume est de $27\,000 \text{ cm}^3$.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$.

$$27\,000 \div 1\,000 = 27$$

b) L'aquarium contient 27 litres.

Autre façon de voir : 30 cm, c'est 3 fois 10 cm ; on range $3 \times 3 \times 3 = 27$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 288 et 349. » $\rightarrow$ encore 60 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 289, 324.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 324.

Le nombre mystère est 324 ($324 = 18^2$).