



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°352



CAPU0352

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré du double de 4.
- **B** est le double du carré de 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 7 + 9 \div 3 \quad D = (2 + 3)^2 \quad E = 2 \times 9^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

997 divisé par 6 539 divisé par 28

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 191 par 7 ? Justifier.

$$(a) 191 = 7 \times 26 + 9 \quad (b) 191 = 7 \times 27 + 2 \quad (c) 191 = 7 \times 28 - 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 141 pages. Nina en lit 20 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
295					
4 700					
867					
1 971					
8 288					

2. Dans le nombre $85\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 7 est un diviseur de 130.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°352



CAPU0352

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 59 - 5 \times 3 \quad B = 9 \times 9 - 3 \times 2$$

$$C = (12 + 10) \times 3 - 11 \quad D = 4 \times [21 - (3 + 5)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 \times 4 - 4 + 7 = 56 \quad 6 + 5 + 7 \times 9 = 162$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 2 \times 70 \times 5 \quad F = 27 \times 66 - 27 \times 56 \quad G = 34 \times 9$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 + 5 + 5 \quad 5 \times 5 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 2,5 \times 2,5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 2^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad 1^3 = 1 \quad 4 \times 4^2 = 16^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

64 ; 71 ; 81 ; 98 ; 27 ; 49

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 5^2 - 9 \quad B = (4 \times 5)^2 - 9$$

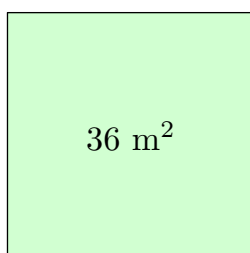
$$C = 7^2 + 5^2 \quad D = (7 + 5)^2$$

2. Calculer l'expression $n^2 + 3n$ pour $n = 6$, puis pour $n = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 36 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 163 et 218.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°352



CAPU0352

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 \times 4)^2 = 8^2 = 64$

$B = 2 \times 4^2 = 2 \times 16 = 32$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 7 + 9 \div 3$ est une **somme** : c'est la somme de 7 et du quotient de 9 par 3.

$D = (2 + 3)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 2 et 3.

$E = 2 \times 9^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 9.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 166 = 996 \leq 997 < 1\,002 = 6 \times 167$: le quotient est 166, le reste $997 - 996 = 1$.

$997 = 6 \times 166 + 1$, avec $1 < 6$.

$28 \times 19 = 532 \leq 539 < 560 = 28 \times 20$: le quotient est 19, le reste $539 - 532 = 7$.

$539 = 28 \times 19 + 7$, avec $7 < 28$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $191 = 7 \times 26 + 9$: le « reste » 9 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

(b) $191 = 7 \times 27 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 7. ✓

(c) $191 = 7 \times 28 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 27, reste 2.

Comme $2 < 27$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 191 par 27 : quotient 7, reste 2.

3. $141 = 20 \times 7 + 1$

En 7 soirs, elle lit 140 pages ; il lui en reste encore 1.

a) **Il lui faut $7 + 1 = 8$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 1 page.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
295	non	non	oui	non	non
4 700	oui	non	oui	non	oui
867	non	oui	non	non	non
1 971	non	oui	non	oui	non
8 288	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°352



CAPU0352

Sommes des chiffres :

$$295 \rightarrow 2 + 9 + 5 = 16 \quad 4\,700 \rightarrow 4 + 7 + 0 + 0 = 11 \quad 867 \rightarrow 8 + 6 + 7 = 21$$
$$1\,971 \rightarrow 1 + 9 + 7 + 1 = 18 \quad 8\,288 \rightarrow 8 + 2 + 8 + 8 = 26$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $8 + 5 + \square = 13 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 15; \square = 8 : 21$$

2 solutions : 852, 858.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 702, somme des chiffres 9.

« 7 est un diviseur de 130. » **Faux.** $130 = 7 \times 18 + 4$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 59 - 5 \times 3 = 59 - 15 = 44$

$$B = 9 \times 9 - 3 \times 2 = 81 - 6 = 75$$

$$C = (12 + 10) \times 3 - 11 = 22 \times 3 - 11 = 66 - 11 = 55$$

$$D = 4 \times [21 - (3 + 5)] = 4 \times [21 - 8] = 4 \times 13 = 52$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$8 \times (4 - 4 + 7) = 8 \times (0 + 7) = 8 \times 7 = 56$$

$$(6 + 5 + 7) \times 9 = (11 + 7) \times 9 = 18 \times 9 = 162$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 2 \times 70 \times 5 = 2 \times 5 \times 70 = 10 \times 70 = 700$$

$$F = 27 \times 66 - 27 \times 56 = 27 \times (66 - 56) = 27 \times 10 = 270$$

$$G = 34 \times 9 = 34 \times (10 - 1) = 34 \times 10 - 34 \times 1 = 340 - 34 = 306$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 = 5^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$

$$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 5^3 = 125.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

$$\text{« } 4 \times 4^2 = 16^2 \text{ » Faux. } 4 \times 4^2 = 4 \times 16 = 64, \text{ alors que } 16^2 = 256. \text{ Le carré ne porte que sur 4.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 49 = 7^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 71 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 71 < 81 = 9^2)$$

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 98 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 98 < 100 = 10^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°352



CAPU0352

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 5^2 - 9 = 4 \times 25 - 9 = 100 - 9 = 91$

$$B = (4 \times 5)^2 - 9 = 20^2 - 9 = 400 - 9 = 391$$

$$C = 7^2 + 5^2 = 49 + 25 = 74$$

$$D = (7 + 5)^2 = 12^2 = 144$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×5 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } n = 6 : n^2 + 3n = 6^2 + 3 \times 6 = 36 + 3 \times 6 = 36 + 18 = 54$$

$$\text{Pour } n = 10 : n^2 + 3n = 10^2 + 3 \times 10 = 100 + 3 \times 10 = 100 + 30 = 130$$

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 36 : $6 \times 6 = 36$, c'est-à-dire $6^2 = 36$.

a) Le côté mesure 6 m.

$$4 \times 6 = 24$$

b) Le périmètre est de 24 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 × côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 163 et 218. » → encore 54 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » → reste : 169, 196.

« Je suis divisible par 2. » → reste : 196.

Le nombre mystère est 196 ($196 = 14^2$).