



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°353



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 3 et du produit de 8 par 3.
- **B** est le produit de la somme de 3 et 8 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 3 + 6 \times 2 \quad \mathbf{D} = (2 + 3)^3 \quad \mathbf{E} = 4 \times (12 - 4)$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

772 divisé par 5 2 299 divisé par 24

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 355 par 14 ? Justifier.

$$(a) 355 = 14 \times 25 + 5 \quad (b) 355 = 14 \times 24 + 19 \quad (c) 355 = 14 \times 26 - 9$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 161 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
291					
1 413					
5 420					
955					
5 078					

2. Dans le nombre $21\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 8 est un diviseur de 234.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°353



CAPU0353

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 16 + 5 \times 7 \quad B = 32 \div 4 \times 2$$

$$C = (4 \times 5 - 6) \div 4 \quad D = 3 \times [24 - (9 + 9)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 \times 2 \times 5 + 8 = 90 \quad 7 \times 4 + 2 \times 5 = 98$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 47 \times 99 \quad F = 5 \times 63 \times 20 \quad G = 3,6 \times 0,7 + 3,6 \times 0,3$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 + 4 + 4 \quad 4 \times 4 \quad 3 \times 3 \times 3 \quad 0,4 \times 0,4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 5^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$(4 + 3)^2 = 4^2 + 3^2 \quad 10^3 = 1\,000 \quad 2^3 = 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

65 ; 8 ; 119 ; 49 ; 47 ; 121

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 3^2 - 8 \quad B = (5 \times 3)^2 - 8$$

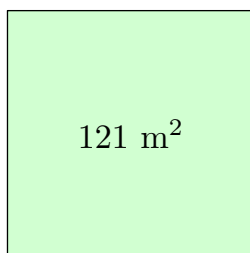
$$C = 4^2 + 2^2 \quad D = (4 + 2)^2$$

2. Calculer l'expression $2n^3$ pour $n = 6$, puis pour $n = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 121 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 162 et 217.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°353



CAPU0353

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 3 + 8 \times 3 = 3 + 24 = 27$

$B = (3 + 8) \times 3 = 11 \times 3 = 33$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 3 + 6 \times 2$ est une **somme** : c'est la somme de 3 et du produit de 6 par 2.

$D = (2 + 3)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 2 et 3.

$E = 4 \times (12 - 4)$ est un **produit** : c'est le produit de 4 par la différence entre 12 et 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 154 = 770 \leq 772 < 775 = 5 \times 155$: le quotient est 154, le reste $772 - 770 = 2$.

$772 = 5 \times 154 + 2$, avec $2 < 5$.

$24 \times 95 = 2\,280 \leq 2\,299 < 2\,304 = 24 \times 96$: le quotient est 95, le reste $2\,299 - 2\,280 = 19$.

$2\,299 = 24 \times 95 + 19$, avec $19 < 24$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 14 » :

(a) $355 = 14 \times 25 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 14. ✓

(b) $355 = 14 \times 24 + 19$: le « reste » 19 est plus grand que 14, on pouvait encore mettre 14 une fois de plus.

(c) $355 = 14 \times 26 - 9$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 25, reste 5.

Comme $5 < 25$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 355 par 25 : quotient 14, reste 5.

3. $161 = 12 \times 13 + 5$, avec $5 < 12$

a) Elle remplit 13 boîtes pleines.

b) Il reste 5 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
291	non	oui	non	non	non
1 413	non	oui	non	oui	non
5 420	oui	non	oui	non	oui
955	non	non	oui	non	non
5 078	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°353



CAPU0353

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 291 &\rightarrow 2 + 9 + 1 = 12 & 1\,413 &\rightarrow 1 + 4 + 1 + 3 = 9 & 5\,420 &\rightarrow 5 + 4 + 2 + 0 = 11 \\ 955 &\rightarrow 9 + 5 + 5 = 19 & 5\,078 &\rightarrow 5 + 0 + 7 + 8 = 20 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $2 + 1 + \square = 3 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 3 ; \square = 6 : 9$$

2 solutions : 210, 216.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 56 est pair mais $56 = 3 \times 18 + 2$.
« 8 est un diviseur de 234. » **Faux.** $234 = 8 \times 29 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 16 + 5 \times 7 = 16 + 35 = 51$

$$B = 32 \div 4 \times 2 = 8 \times 2 = 16$$

$$C = (4 \times 5 - 6) \div 4 = (20 - 6) \div 4 = 14 \div 4 = 3,5$$

$$D = 3 \times [24 - (9 + 9)] = 3 \times [24 - 18] = 3 \times 6 = 18$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 \times (2 \times 5 + 8) = 5 \times (10 + 8) = 5 \times 18 = 90$$

$$7 \times (4 + 2 \times 5) = 7 \times (4 + 10) = 7 \times 14 = 98$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 47 \times 99 = 47 \times (100 - 1) = 47 \times 100 - 47 \times 1 = 4\,700 - 47 = 4\,653$$

$$F = 5 \times 63 \times 20 = 5 \times 20 \times 63 = 100 \times 63 = 6\,300$$

$$G = 3,6 \times 0,7 + 3,6 \times 0,3 = 3,6 \times (0,7 + 0,3) = 3,6 \times 1 = 3,6$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $4 \times 4 = 4^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $(4 + 3)^2 = 4^2 + 3^2$ » **Faux.** $(4 + 3)^2 = 7^2 = 49$, alors que $4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$.

$$\text{« } 10^3 = 1\,000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 47 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 47 < 49 = 7^2)$$

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 65 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 65 < 81 = 9^2)$$

$$119 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 119 < 121 = 11^2) \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°353



CAPU0353

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 3^2 - 8 = 5 \times 9 - 8 = 45 - 8 = 37$

$B = (5 \times 3)^2 - 8 = 15^2 - 8 = 225 - 8 = 217$

$C = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$

$D = (4 + 2)^2 = 6^2 = 36$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $n = 6$: $2n^3 = 2 \times 6^3 = 2 \times 216 = 432$

Pour $n = 10$: $2n^3 = 2 \times 10^3 = 2 \times 1\,000 = 2\,000$

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 121 : $11 \times 11 = 121$, c'est-à-dire $11^2 = 121$.

a) Le côté mesure 11 m.

$4 \times 11 = 44$

b) Le périmètre est de 44 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est côté^2 , son périmètre $4 \times \text{côté}$.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 162 et 217. » $\rightarrow$ encore 54 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 169, 196.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 196.

Le nombre mystère est 196 ($196 = 14^2$).