



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°354



CAPU0354

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme des carrés de 2 et de 1.
- **B** est le carré de la somme de 2 et 1.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (3 + 7)^2 \quad D = (2 + 1)^3 \quad E = 6 \times (15 - 11)$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

812 divisé par 9 2 323 divisé par 22

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 286 par 12 ? Justifier.

$$(a) 286 = 12 \times 23 + 10 \quad (b) 286 = 12 \times 24 - 2 \quad (c) 286 = 12 \times 22 + 22$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 32 cartes entre 3 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
291					
5 193					
1 970					
145					
6 046					

2. Dans le nombre $2\square 2$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 96 est un multiple de 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°354



CAPU0354

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 69 - 3 \times 5 \quad B = 2 \times 9 - 4 \times 3$$

$$C = 94 - 2 \times (18 - 4) \quad D = [8 + 6 \times (10 - 2)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 - 4 + 4 \times 6 = 48 \quad 8 \times 7 - 9 - 7 = 54$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 63 + 5,05 + 37 \quad F = 27 \times 101 \quad G = 2,7 \times 0,4 + 2,7 \times 0,6$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,5 \times 1,5 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 10 \times 10 \quad 6 + 6 + 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 5^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad 0,2^2 = 0,4 \quad 4^2 = 8$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

16 ; 36 ; 60 ; 93 ; 8 ; 117

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 4^2 - 5 \quad B = (4 \times 4)^2 - 5$$

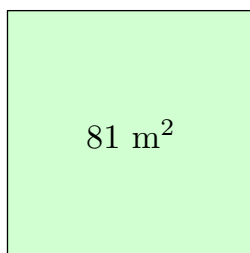
$$C = 1^2 + 6^2 \quad D = (1 + 6)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 2 = 3n$ est-elle vraie pour $n = 4$? Pour $n = 1$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 81 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 82 et 126.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 0.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°354



CAPU0354

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5$

$B = (2 + 1)^2 = 3^2 = 9$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (3 + 7)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 3 et 7.

$D = (2 + 1)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 2 et 1.

$E = 6 \times (15 - 11)$ est un **produit** : c'est le produit de 6 par la différence entre 15 et 11.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 90 = 810 \leq 812 < 819 = 9 \times 91$: le quotient est 90, le reste $812 - 810 = 2$.

$812 = 9 \times 90 + 2$, avec $2 < 9$.

$22 \times 105 = 2\,310 \leq 2\,323 < 2\,332 = 22 \times 106$: le quotient est 105, le reste $2\,323 - 2\,310 = 13$.

$2\,323 = 22 \times 105 + 13$, avec $13 < 22$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $286 = 12 \times 23 + 10$: le reste 10 est bien inférieur à 12. ✓

(b) $286 = 12 \times 24 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $286 = 12 \times 22 + 22$: le « reste » 22 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 23, reste 10.

Comme $10 < 23$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 286 par 23 : quotient 12, reste 10.

3. $32 = 3 \times 10 + 2$, avec $2 < 3$

a) Chaque joueur reçoit 10 cartes.

b) La pioche contient 2 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 3 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
291	non	oui	non	non	non
5 193	non	oui	non	oui	non
1 970	oui	non	oui	non	oui
145	non	non	oui	non	non
6 046	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°354



CAPU0354

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 291 \rightarrow 2 + 9 + 1 = 12 & 5\,193 \rightarrow 5 + 1 + 9 + 3 = 18 & 1\,970 \rightarrow 1 + 9 + 7 + 0 = 17 \\ 145 \rightarrow 1 + 4 + 5 = 10 & 6\,046 \rightarrow 6 + 0 + 4 + 6 = 16 & \end{array}$$

2. Somme des chiffres : $2 + \square + 2 = 4 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 6 ; \square = 5 : 9 ; \square = 8 : 12$$

3 solutions : 222, 252, 282.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 23 se termine par 3, mais $23 = 3 \times 7 + 2$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 96 est un multiple de 6. » **Vrai.** $96 = 6 \times 16$: le reste de la division de 96 par 6 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 69 - 3 \times 5 = 69 - 15 = 54$

$$B = 2 \times 9 - 4 \times 3 = 18 - 12 = 6$$

$$C = 94 - 2 \times (18 - 4) = 94 - 2 \times 14 = 94 - 28 = 66$$

$$D = [8 + 6 \times (10 - 2)] \div 2 = [8 + 6 \times 8] \div 2 = [8 + 48] \div 2 = 56 \div 2 = 28$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(8 - 4 + 4) \times 6 = (4 + 4) \times 6 = 8 \times 6 = 48$$

$$8 \times 7 - (9 - 7) = 8 \times 7 - 2 = 56 - 2 = 54$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 63 + 5,05 + 37 = 63 + 37 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

$$F = 27 \times 101 = 27 \times (100 + 1) = 27 \times 100 + 27 \times 1 = 2\,700 + 27 = 2\,727$$

$$G = 2,7 \times 0,4 + 2,7 \times 0,6 = 2,7 \times (0,4 + 0,6) = 2,7 \times 1 = 2,7$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $10 \times 10 = 10^2$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

$$\text{« } 0,2^2 = 0,4 \text{ » Faux. } 0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

$$\text{« } 4^2 = 8 \text{ » Faux. } 4^2 = 4 \times 4 = 16. \text{ L'exposant ne multiplie pas : } 4 \times 2 = 8, \text{ c'est le double.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 16 = 4^2 : \text{carré}$$

$$36 = 6^2 : \text{carré} \quad 60 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 60 < 64 = 8^2)$$

$$93 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 93 < 100 = 10^2) \quad 117 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 117 < 121 = 11^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°354



CAPU0354

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 4^2 - 5 = 4 \times 16 - 5 = 64 - 5 = 59$

$B = (4 \times 4)^2 - 5 = 16^2 - 5 = 256 - 5 = 251$

$C = 1^2 + 6^2 = 1 + 36 = 37$

$D = (1 + 6)^2 = 7^2 = 49$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $n = 4$: $n^2 + 2 = 4^2 + 2 = 16 + 2 = 18$ et $3n = 3 \times 4 = 12$.

$18 \neq 12$: l'égalité est fausse pour $n = 4$.

Pour $n = 1$: $n^2 + 2 = 1^2 + 2 = 1 + 2 = 3$ et $3n = 3 \times 1 = 3$.

$3 = 3$: l'égalité est vraie pour $n = 1$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 2$, et seulement pour 1 et 2.)

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 81 : $9 \times 9 = 81$, c'est-à-dire $9^2 = 81$.

a) Le côté mesure 9 m.

$4 \times 9 = 36$

b) Le périmètre est de 36 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **$4 \times$ côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 82 et 126. » $\rightarrow$ encore 43 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 100, 121.

« Mon chiffre des unités est 0. » $\rightarrow$ reste : 100.

Le nombre mystère est 100 ($100 = 10^2$).