



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°355



CAPU0355

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 1 et 5.
- **B** est la somme des carrés de 1 et de 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (1 + 2)^3 \quad \mathbf{D} = 4 \times 4^2 - 16 \quad \mathbf{E} = (18 + 6) \div 3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

142 divisé par 7 1 452 divisé par 19

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 106 par 12 ? Justifier.

$$(a) 106 = 12 \times 7 + 22 \quad (b) 106 = 12 \times 8 + 10 \quad (c) 106 = 12 \times 9 - 2$$

3. Problème.

Un collège emmène 46 élèves en sortie dans des minibus de 9 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 090					
147					
5 139					
9 872					
895					

2. Dans le nombre $33\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 120 est un multiple de 6.

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$\mathbf{A} = 6 + 8 \times 3 \quad \mathbf{B} = 8 \div 2 \times 3$$

$$\mathbf{C} = (6 \times 9 - 4) \div 4 \quad \mathbf{D} = [9 + 3 \times (6 - 3)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 \times 8 - 5 - 6 = 18 \quad 4 \times 3 \times 3 - 6 = 12$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°355



CAPU0355

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$\mathbf{E} = 47 \times 101 \quad \mathbf{F} = 2 \times 36 \times 5 \quad \mathbf{G} = 4,5 \times 1,3 + 4,5 \times 8,7$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,4 \times 0,4 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 9 + 9 + 9 \quad 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 3^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 0^2 = 0 \quad 8^2 = 16$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

29 ; 64 ; 49 ; 100 ; 27 ; 149

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$\mathbf{A} = 4 \times 5^2 - 9 \quad \mathbf{B} = (4 \times 5)^2 - 9$$

$$\mathbf{C} = 5^2 + 1^2 \quad \mathbf{D} = (5 + 1)^2$$

2. Calculer l'expression $2a^3$ pour $a = 5$, puis pour $a = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 52 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 115 et 178. Je suis le carré d'un nombre entier. Mon chiffre des unités est 4.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°355



CAPU0355

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (1 + 5)^2 = 6^2 = 36$

$B = 1^2 + 5^2 = 1 + 25 = 26$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (1 + 2)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 1 et 2.

$D = 4 \times 4^2 - 16$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 4 par le carré de 4 et 16.

$E = (18 + 6) \div 3$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 18 et 6 par 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 20 = 140 \leq 142 < 147 = 7 \times 21$: le quotient est 20, le reste $142 - 140 = 2$.

$142 = 7 \times 20 + 2$, avec $2 < 7$.

$19 \times 76 = 1\,444 \leq 1\,452 < 1\,463 = 19 \times 77$: le quotient est 76, le reste $1\,452 - 1\,444 = 8$.

$1\,452 = 19 \times 76 + 8$, avec $8 < 19$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $106 = 12 \times 7 + 22$: le « reste » 22 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

(b) $106 = 12 \times 8 + 10$: le reste 10 est bien inférieur à 12. ✓

(c) $106 = 12 \times 9 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 8, reste 10.

3. $46 = 9 \times 5 + 1$

5 minibus pleins transportent 45 élèves ; il en reste 1 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $5 + 1 = 6$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $9 - 1 = 8$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 090	oui	oui	oui	non	oui
147	non	oui	non	non	non
5 139	non	oui	non	oui	non
9 872	oui	non	non	non	non
895	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°355



CAPU0355

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 3\ 090 \rightarrow 3 + 0 + 9 + 0 = 12 & 147 \rightarrow 1 + 4 + 7 = 12 & 5\ 139 \rightarrow 5 + 1 + 3 + 9 = 18 \\ 9\ 872 \rightarrow 9 + 8 + 7 + 2 = 26 & 895 \rightarrow 8 + 9 + 5 = 22 & \end{array}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $3 + 3 + \square = 6 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 6 ; \square = 6 : 12$$

2 solutions : 330, 336.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 414, somme des chiffres 9.

« 120 est un multiple de 6. » **Vrai.** $120 = 6 \times 20$: le reste de la division de 120 par 6 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 6 + 8 \times 3 = 6 + 24 = 30$

$$B = 8 \div 2 \times 3 = 4 \times 3 = 12$$

$$C = (6 \times 9 - 4) \div 4 = (54 - 4) \div 4 = 50 \div 4 = 12,5$$

$$D = [9 + 3 \times (6 - 3)] \div 2 = [9 + 3 \times 3] \div 2 = [9 + 9] \div 2 = 18 \div 2 = 9$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$8 \times (8 - 5) - 6 = 8 \times 3 - 6 = 24 - 6 = 18$$

$$4 \times (3 \times 3 - 6) = 4 \times (9 - 6) = 4 \times 3 = 12$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 47 \times 101 = 47 \times (100 + 1) = 47 \times 100 + 47 \times 1 = 4\ 700 + 47 = 4\ 747$$

$$F = 2 \times 36 \times 5 = 2 \times 5 \times 36 = 10 \times 36 = 360$$

$$G = 4,5 \times 1,3 + 4,5 \times 8,7 = 4,5 \times (1,3 + 8,7) = 4,5 \times 10 = 45$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $3 \times 3 = 3^2$

$$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 9^3 = 729.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$$
 $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

$$\text{« } 8^2 = 16 \text{ » Faux. } 8^2 = 8 \times 8 = 64. \text{ L'exposant ne multiplie pas : } 8 \times 2 = 16, \text{ c'est le double.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 29 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 29 < 36 = 6^2)$$

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°355



CAPU0355

$$100 = 10^2 : \text{carré} \quad 149 : \text{ni l'un ni l'autre} (12^2 = 144 < 149 < 169 = 13^2)$$

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 5^2 - 9 = 4 \times 25 - 9 = 100 - 9 = 91$

$$B = (4 \times 5)^2 - 9 = 20^2 - 9 = 400 - 9 = 391$$

$$C = 5^2 + 1^2 = 25 + 1 = 26$$

$$D = (5 + 1)^2 = 6^2 = 36$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } a = 5 : 2a^3 = 2 \times 5^3 = 2 \times 125 = 250$$

$$\text{Pour } a = 10 : 2a^3 = 2 \times 10^3 = 2 \times 1\,000 = 2\,000$$

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 52 :

$$7^2 = 49 \leq 52 \text{ et } 8^2 = 64 > 52.$$

a) Elle mettra 7 dalles sur chaque côté.

$$52 - 49 = 3$$

b) Il lui restera 3 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 115 et 178. » $\rightarrow$ encore 62 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 121, 144, 169.

« Mon chiffre des unités est 4. » $\rightarrow$ reste : 144.

Le nombre mystère est 144 ($144 = 12^2$).