



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°356



CAPU0356

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 9 et du produit de 6 par 8.
- **B** est le produit de la somme de 9 et 6 par 8.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 6 + 7 \times 8 \quad \mathbf{D} = (8 + 9) \times 6 \quad \mathbf{E} = 2 \times 9^2 - 3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

105 divisé par 6 963 divisé par 21

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 417 par 11 ? Justifier.

$$(a) 417 = 11 \times 38 - 1 \quad (b) 417 = 11 \times 37 + 10 \quad (c) 417 = 11 \times 36 + 21$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 108 cartes entre 5 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 938					
5 553					
9 350					
785					
951					

2. Dans le nombre $5\square 8$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 252 est un multiple de 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°356



CAPU0356

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 72 - 4 \times 7 \quad B = 6 \times 6 - 5 \times 5$$

$$C = (9 + 6) \times 5 - 4 \quad D = 1,4 + 4 \times 1,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 \times 7 \times 6 - 4 = 84 \quad 3 \times 5 \times 2 - 6 = 12$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 15 + 0,75 + 85 \quad F = 1,5 \times 1,3 + 1,5 \times 8,7 \quad G = 32 \times 9$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,7 \times 0,7 \quad 7 + 7 + 7 \quad 3 \times 3 \times 3 \quad 4 \times 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 4^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad 2^3 = 3^2 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

39 ; 125 ; 128 ; 113 ; 144 ; 81

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 5^2 - 1 \quad B = (3 \times 5)^2 - 1$$

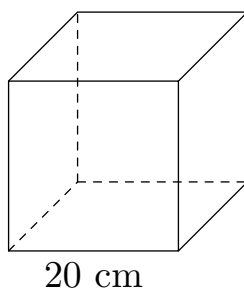
$$C = 7^2 + 6^2 \quad D = (7 + 6)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 10 = 7x$ est-elle vraie pour $x = 1$? Pour $x = 2$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 20 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 32 et 82.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 3.

Je ne suis pas divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°356



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 9 + 6 \times 8 = 9 + 48 = 57$

$B = (9 + 6) \times 8 = 15 \times 8 = 120$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 6 + 7 \times 8$ est une **somme** : c'est la somme de 6 et du produit de 7 par 8.

$D = (8 + 9) \times 6$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 8 et 9 par 6.

$E = 2 \times 9^2 - 3$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 2 par le carré de 9 et 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 17 = 102 \leq 105 < 108 = 6 \times 18$: le quotient est 17, le reste $105 - 102 = 3$.

$105 = 6 \times 17 + 3$, avec $3 < 6$.

$21 \times 45 = 945 \leq 963 < 966 = 21 \times 46$: le quotient est 45, le reste $963 - 945 = 18$.

$963 = 21 \times 45 + 18$, avec $18 < 21$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $417 = 11 \times 38 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $417 = 11 \times 37 + 10$: le reste 10 est bien inférieur à 11. ✓

(c) $417 = 11 \times 36 + 21$: le « reste » 21 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 37, reste 10.

Comme $10 < 37$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 417 par 37 : quotient 11, reste 10.

3. $108 = 5 \times 21 + 3$, avec $3 < 5$

a) Chaque joueur reçoit 21 cartes.

b) La pioche contient 3 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 5 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 938	oui	non	non	non	non
5 553	non	oui	non	oui	non
9 350	oui	non	oui	non	oui
785	non	non	oui	non	non
951	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°356



CAPU0356

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 3\,938 &\rightarrow 3 + 9 + 3 + 8 = 23 & 5\,553 &\rightarrow 5 + 5 + 5 + 3 = 18 & 9\,350 &\rightarrow 9 + 3 + 5 + 0 = 17 \\ 785 &\rightarrow 7 + 8 + 5 = 20 & 951 &\rightarrow 9 + 5 + 1 = 15 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $5 + \square + 8 = 13 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 5 : 18$$

Une seule solution : 558.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 252 est un multiple de 9. » **Vrai.** $252 = 9 \times 28$: le reste de la division de 252 par 9 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 72 - 4 \times 7 = 72 - 28 = 44$

$$B = 6 \times 6 - 5 \times 5 = 36 - 25 = 11$$

$$C = (9 + 6) \times 5 - 4 = 15 \times 5 - 4 = 75 - 4 = 71$$

$$D = 1,4 + 4 \times 1,2 = 1,4 + 4,8 = 6,2$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$6 \times 7 \times (6 - 4) = 6 \times 7 \times 2 = 42 \times 2 = 84$$

$$3 \times (5 \times 2 - 6) = 3 \times (10 - 6) = 3 \times 4 = 12$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 15 + 0,75 + 85 = 15 + 85 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

$$F = 1,5 \times 1,3 + 1,5 \times 8,7 = 1,5 \times (1,3 + 8,7) = 1,5 \times 10 = 15$$

$$G = 32 \times 9 = 32 \times (10 - 1) = 32 \times 10 - 32 \times 1 = 320 - 32 = 288$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $4 \times 4 = 4^2$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17$, qui n'est le carré d'aucun entier ($4^2 = 16$ et $5^2 = 25$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$39 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 39 < 49 = 7^2) \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$

$$113 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 113 < 121 = 11^2) \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$

$$128 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 128 < 144 = 12^2) \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 5^2 - 1 = 3 \times 25 - 1 = 75 - 1 = 74$

$$B = (3 \times 5)^2 - 1 = 15^2 - 1 = 225 - 1 = 224$$

$$C = 7^2 + 6^2 = 49 + 36 = 85$$

$$D = (7 + 6)^2 = 13^2 = 169$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } x = 1 : x^2 + 10 = 1^2 + 10 = 1 + 10 = 11 \text{ et } 7x = 7 \times 1 = 7.$$

$11 \neq 7$: l'égalité est fausse pour $x = 1$.

$$\text{Pour } x = 2 : x^2 + 10 = 2^2 + 10 = 4 + 10 = 14 \text{ et } 7x = 7 \times 2 = 14.$$

$14 = 14$: l'égalité est vraie pour $x = 2$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 5$, et seulement pour 2 et 5.)

Exercice 7 — Correction

1. $V = 20^3 = 20 \times 20 \times 20 = 8\,000$

a) Le volume est de $8\,000\text{ cm}^3$.

$$\text{Un cube de } 10\text{ cm d'arête a pour volume } 10^3 = 1\,000\text{ cm}^3 = 1\text{ L.}$$

$$8\,000 \div 1\,000 = 8$$

b) L'aquarium contient 8 litres.

Autre façon de voir : 20 cm, c'est 2 fois 10 cm ; on range $2 \times 2 \times 2 = 8$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 32 et 82. » $\rightarrow$ encore 49 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 36, 49, 64, 81.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 49, 64.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 49.

Le nombre mystère est 49 ($49 = 7^2$).