



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°357



CAPU0357

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme des carrés de 3 et de 6.
- **B** est le carré de la somme de 3 et 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 9^2 - 42 \quad D = 2 + 9 \times 3 \quad E = (2 \times 5)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

782 divisé par 6 678 divisé par 24

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 233 par 11 ? Justifier.

$$(a) 233 = 11 \times 21 + 2 \quad (b) 233 = 11 \times 22 - 9 \quad (c) 233 = 11 \times 20 + 13$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 52 cartes entre 8 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
777					
8 452					
295					
6 610					
3 627					

2. Dans le nombre $5\square4$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 66 est un multiple de 3.



Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 27 + 4 \times 8 \quad B = 15 + 28 \div 7 \times 2$$

$$C = 59 - 5 \times (11 - 6) \quad D = [7 + 5 \times (9 - 1)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 \times 8 + 8 + 2 = 98 \quad 9 - 3 - 2 + 3 = 1$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 19 \times 11 \quad F = 4,5 \times 0,4 + 4,5 \times 0,6 \quad G = 4 \times 96 \times 25$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 \times 3 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 7 + 7 + 7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 3^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$4^2 = 8 \quad (3 + 1)^2 = 3^2 + 1^2 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

109 ; 35 ; 133 ; 1 000 ; 36 ; 16

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 2^2 - 7 \quad B = (4 \times 2)^2 - 7$$

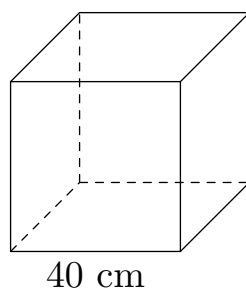
$$C = 4^2 + 2^2 \quad D = (4 + 2)^2$$

2. Calculer l'expression $x^3 + 4$ pour $x = 5$, puis pour $x = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 40 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 84 et 151.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°357



CAPU0357

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 3^2 + 6^2 = 9 + 36 = 45$

$$B = (3 + 6)^2 = 9^2 = 81$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 9^2 - 42$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 9 et 42.

$$D = 2 + 9 \times 3$$
 est une **somme** : c'est la somme de 2 et du produit de 9 par 3.

$$E = (2 \times 5)^2$$
 est un **carré** : c'est le carré du double de 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 130 = 780 \leq 782 < 786 = 6 \times 131$: le quotient est 130, le reste $782 - 780 = 2$.

$$782 = 6 \times 130 + 2, \text{ avec } 2 < 6.$$

$$24 \times 28 = 672 \leq 678 < 696 = 24 \times 29$$
 : le quotient est 28, le reste $678 - 672 = 6$.

$$678 = 24 \times 28 + 6, \text{ avec } 6 < 24.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $233 = 11 \times 21 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 11. ✓

(b) $233 = 11 \times 22 - 9$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $233 = 11 \times 20 + 13$: le « reste » 13 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 21, reste 2.

Comme $2 < 21$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 233 par 21 : quotient 11, reste 2.

3. $52 = 8 \times 6 + 4$, avec $4 < 8$

a) Chaque joueur reçoit 6 cartes.

b) La pioche contient 4 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 8 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
777	non	oui	non	non	non
8 452	oui	non	non	non	non
295	non	non	oui	non	non
6 610	oui	non	oui	non	oui
3 627	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°357



CAPU0357

Sommes des chiffres :

$$777 \rightarrow 7 + 7 + 7 = 21 \quad 8\,452 \rightarrow 8 + 4 + 5 + 2 = 19 \quad 295 \rightarrow 2 + 9 + 5 = 16$$

$$6\,610 \rightarrow 6 + 6 + 1 + 0 = 13 \quad 3\,627 \rightarrow 3 + 6 + 2 + 7 = 18$$

2. Somme des chiffres : $5 + \square + 4 = 9 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 0 : 9 ; \square = 9 : 18$$

2 solutions : 504, 594.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 12 est divisible par 3 ($12 = 3 \times 4$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 3, n'est pas dans la table de 9).

« 66 est un multiple de 3. » **Vrai.** $66 = 3 \times 22$: le reste de la division de 66 par 3 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 27 + 4 \times 8 = 27 + 32 = 59$

$$B = 15 + 28 \div 7 \times 2 = 15 + 4 \times 2 = 15 + 8 = 23$$

$$C = 59 - 5 \times (11 - 6) = 59 - 5 \times 5 = 59 - 25 = 34$$

$$D = [7 + 5 \times (9 - 1)] \div 2 = [7 + 5 \times 8] \div 2 = [7 + 40] \div 2 = 47 \div 2 = 23,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$6 \times (8 + 8) + 2 = 6 \times 16 + 2 = 96 + 2 = 98$$

$$9 - 3 - (2 + 3) = 9 - 3 - 5 = 6 - 5 = 1$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 19 \times 11 = 19 \times (10 + 1) = 19 \times 10 + 19 \times 1 = 190 + 19 = 209$$

$$F = 4,5 \times 0,4 + 4,5 \times 0,6 = 4,5 \times (0,4 + 0,6) = 4,5 \times 1 = 4,5$$

$$G = 4 \times 96 \times 25 = 4 \times 25 \times 96 = 100 \times 96 = 9\,600$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $3 \times 3 = 3^2 \quad 4 \times 4 \times 4 = 4^3 \quad 0,4 \times 0,4 = 0,4^2$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49 \quad 3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27 \quad 0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. « $4^2 = 8$ » **Faux.** $4^2 = 4 \times 4 = 16$. L'exposant ne multiplie pas : $4 \times 2 = 8$, c'est le double.

$$\text{« } (3 + 1)^2 = 3^2 + 1^2 \text{ » Faux. } (3 + 1)^2 = 4^2 = 16, \text{ alors que } 3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10.$$

$$\text{« } 10^3 = 1\,000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 35 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 35 < 36 = 6^2)$$

$$36 = 6^2 : \text{carré} \quad 109 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 109 < 121 = 11^2)$$

$$133 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 133 < 144 = 12^2) \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 2^2 - 7 = 4 \times 4 - 7 = 16 - 7 = 9$

$$B = (4 \times 2)^2 - 7 = 8^2 - 7 = 64 - 7 = 57$$

$$C = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$$

$$D = (4 + 2)^2 = 6^2 = 36$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×2 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } x = 5 : x^3 + 4 = 5^3 + 4 = 125 + 4 = 129$$

$$\text{Pour } x = 10 : x^3 + 4 = 10^3 + 4 = 1\,000 + 4 = 1\,004$$

Exercice 7 — Correction

1. $V = 40^3 = 40 \times 40 \times 40 = 64\,000$

a) Le volume est de $64\,000 \text{ cm}^3$.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$.

$$64\,000 \div 1\,000 = 64$$

b) L'aquarium contient 64 litres.

Autre façon de voir : 40 cm, c'est 4 fois 10 cm ; on range $4 \times 4 \times 4 = 64$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 84 et 151. » $\rightarrow$ encore 66 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 100, 121, 144.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 121.

Le nombre mystère est 121 ($121 = 11^2$).