



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°358



CAPU0358

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 2 et 4.
- **B** est la somme des carrés de 2 et de 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (2 + 10) \div 4 \quad \mathbf{D} = (4 + 7)^2 \quad \mathbf{E} = 3^2 + 4^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

477 divisé par 8 1 027 divisé par 14

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 512 par 13 ? Justifier.

$$(a) 512 = 13 \times 40 - 8 \quad (b) 512 = 13 \times 39 + 5 \quad (c) 512 = 13 \times 38 + 18$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes dimanche.

- Combien de semaines complètes y a-t-il dans 258 jours ?
- Quel jour de la semaine serons-nous dans 258 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 230					
125					
681					
1 143					
1 744					

2. Dans le nombre $1\square8$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 8 est un diviseur de 144.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°358



CAPU0358

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 18 + 6 \times 6 \quad B = 6 \times 2 - 2 \times 5$$

$$C = 89 - 3 \times (17 - 9) \quad D = 3,8 + 4 \times 0,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 \times 9 + 3 + 5 = 68 \quad 5 + 7 \times 7 + 7 = 103$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 1,5 \times 0,7 + 1,5 \times 0,3 \quad F = 16 \times 99 \quad G = 55 + 12,6 + 45$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$6 \times 6 \times 6 \quad 3 \times 3 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 8 + 8 + 8$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 4^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$5^2 = 10 \quad 2^3 = 6 \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

1 000 ; 31 ; 49 ; 138 ; 25 ; 142

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 4^2 - 6 \quad B = (2 \times 4)^2 - 6$$

$$C = 5^2 + 3^2 \quad D = (5 + 3)^2$$

2. Calculer l'expression $(x + 8)^2$ pour $x = 2$, puis pour $x = 0,5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 30 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 165 et 221. Je suis le carré d'un nombre entier. Mon chiffre des unités est 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°358



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 + 4)^2 = 6^2 = 36$

$B = 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 + 10) \div 4$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 2 et 10 par 4.

$D = (4 + 7)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 4 et 7.

$E = 3^2 + 4^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 3 et de 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 59 = 472 \leq 477 < 480 = 8 \times 60$: le quotient est 59, le reste $477 - 472 = 5$.

$477 = 8 \times 59 + 5$, avec $5 < 8$.

$14 \times 73 = 1\,022 \leq 1\,027 < 1\,036 = 14 \times 74$: le quotient est 73, le reste $1\,027 - 1\,022 = 5$.

$1\,027 = 14 \times 73 + 5$, avec $5 < 14$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 13 » :

(a) $512 = 13 \times 40 - 8$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $512 = 13 \times 39 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 13. ✓

(c) $512 = 13 \times 38 + 18$: le « reste » 18 est plus grand que 13, on pouvait encore mettre 13 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 39, reste 5.

Comme $5 < 39$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 512 par 39 : quotient 13, reste 5.

3. $258 = 7 \times 36 + 6$

a) 258 jours font 36 semaines complètes et 6 jours.

Après 36 semaines complètes, on est de nouveau dimanche. Il reste à avancer de 6 jours : dimanche → lundi → mardi → mercredi → jeudi → vendredi → samedi.

b) Dans 258 jours, nous serons samedi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 230	oui	oui	oui	non	oui
125	non	non	oui	non	non
681	non	oui	non	non	non
1 143	non	oui	non	oui	non
1 744	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°358



CAPU0358

Sommes des chiffres :

$$1\ 230 \rightarrow 1 + 2 + 3 + 0 = 6 \quad 125 \rightarrow 1 + 2 + 5 = 8 \quad 681 \rightarrow 6 + 8 + 1 = 15$$

$$1\ 143 \rightarrow 1 + 1 + 4 + 3 = 9 \quad 1\ 744 \rightarrow 1 + 7 + 4 + 4 = 16$$

2. Somme des chiffres : $1 + \square + 8 = 9 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 0 : 9 ; \square = 9 : 18$$

2 solutions : 108, 198.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 43 se termine par 3, mais $43 = 3 \times 14 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 8 est un diviseur de 144. » **Vrai.** $144 = 8 \times 18$: le reste de la division de 144 par 8 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 18 + 6 \times 6 = 18 + 36 = 54$

$$B = 6 \times 2 - 2 \times 5 = 12 - 10 = 2$$

$$C = 89 - 3 \times (17 - 9) = 89 - 3 \times 8 = 89 - 24 = 65$$

$$D = 3,8 + 4 \times 0,5 = 3,8 + 2 = 5,8$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$4 \times (9 + 3 + 5) = 4 \times (12 + 5) = 4 \times 17 = 68$$

$$5 + 7 \times (7 + 7) = 5 + 7 \times 14 = 5 + 98 = 103$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 1,5 \times 0,7 + 1,5 \times 0,3 = 1,5 \times (0,7 + 0,3) = 1,5 \times 1 = 1,5$$

$$F = 16 \times 99 = 16 \times (100 - 1) = 16 \times 100 - 16 \times 1 = 1\ 600 - 16 = 1\ 584$$

$$G = 55 + 12,6 + 45 = 55 + 45 + 12,6 = 100 + 12,6 = 112,6$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $6 \times 6 \times 6 = 6^3 \quad 3 \times 3 = 3^2 \quad 2,5 \times 2,5 = 2,5^2$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121 \quad 4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64 \quad 0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $5^2 = 10$ » **Faux.** $5^2 = 5 \times 5 = 25$. L'exposant ne multiplie pas : $5 \times 2 = 10$, c'est le double.

$$\text{« } 2^3 = 6 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8, \text{ et non } 3 \times 2.$$

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 31 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 31 < 36 = 6^2)$$

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 138 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 138 < 144 = 12^2)$$

$$142 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 142 < 144 = 12^2) \quad 1\ 000 = 10^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°358



CAPU0358

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 4^2 - 6 = 2 \times 16 - 6 = 32 - 6 = 26$

$B = (2 \times 4)^2 - 6 = 8^2 - 6 = 64 - 6 = 58$

$C = 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$

$D = (5 + 3)^2 = 8^2 = 64$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $x = 2$: $(x + 8)^2 = (2 + 8)^2 = 10^2 = 100$

Pour $x = 0,5$: $(x + 8)^2 = (0,5 + 8)^2 = 8,5^2 = 72,25$

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 30 :

$5^2 = 25 \leq 30$ et $6^2 = 36 > 30$.

a) Elle mettra 5 dalles sur chaque côté.

$30 - 25 = 5$

b) Il lui restera 5 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 165 et 221. » $\rightarrow$ encore 55 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 169, 196.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 196.

Le nombre mystère est 196 ($196 = 14^2$).