



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°359



CAPU0359

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 10 et du produit de 8 par 9.
- **B** est le produit de la somme de 10 et 8 par 9.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (3 + 1)^3 \quad \mathbf{D} = 22 - 5 \times 3 \quad \mathbf{E} = (44 + 12) \div 8$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

631 divisé par 3 541 divisé par 11

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 98 par 11 ? Justifier.

$$(a) 98 = 11 \times 9 - 1 \quad (b) 98 = 11 \times 7 + 21 \quad (c) 98 = 11 \times 8 + 10$$

3. Problème.

Une ferme a ramassé 40 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 758					
7 000					
6 129					
807					
965					

2. Dans le nombre $64\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 3 est un diviseur de 64.

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$\mathbf{A} = 24 + 9 \times 3 \quad \mathbf{B} = 2 + 10 \div 2 \times 3$$

$$\mathbf{C} = (5 + 8) \times 3 - 20 \quad \mathbf{D} = 3 \times [29 - (8 + 9)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 - 2 + 3 \times 8 = 80 \quad 6 + 5 + 6 \times 3 = 39$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°359



3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$\mathbf{E} = 2 \times 85 \times 50 \quad \mathbf{F} = 19 \times 99 \quad \mathbf{G} = 42 \times 59 - 42 \times 49$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,1 \times 1,1 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 6 + 6 + 6 \quad 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 4^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$(2 + 1)^2 = 2^2 + 1^2 \quad 3^3 = 9 \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

49 ; 125 ; 136 ; 34 ; 113 ; 144

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$\mathbf{A} = 3 \times 2^2 - 4 \quad \mathbf{B} = (3 \times 2)^2 - 4$$

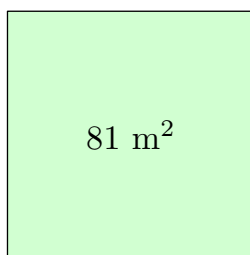
$$\mathbf{C} = 6^2 + 3^2 \quad \mathbf{D} = (6 + 3)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 30 = 11n$ est-elle vraie pour $n = 6$? Pour $n = 3$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 81 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 47 et 99.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 9.

Je suis divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°359



CAPU0359

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 10 + 8 \times 9 = 10 + 72 = 82$

$B = (10 + 8) \times 9 = 18 \times 9 = 162$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (3 + 1)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 3 et 1.

$D = 22 - 5 \times 3$ est une **différence** : c'est la différence entre 22 et le produit de 5 par 3.

$E = (44 + 12) \div 8$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 44 et 12 par 8.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $3 \times 210 = 630 \leq 631 < 633 = 3 \times 211$: le quotient est 210, le reste $631 - 630 = 1$.

$631 = 3 \times 210 + 1$, avec $1 < 3$.

$11 \times 49 = 539 \leq 541 < 550 = 11 \times 50$: le quotient est 49, le reste $541 - 539 = 2$.

$541 = 11 \times 49 + 2$, avec $2 < 11$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $98 = 11 \times 9 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $98 = 11 \times 7 + 21$: le « reste » 21 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(c) $98 = 11 \times 8 + 10$: le reste 10 est bien inférieur à 11. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 8, reste 10.

3. $40 = 12 \times 3 + 4$, avec $4 < 12$

a) Elle remplit **3 boîtes pleines**.

b) Il reste **4 œufs**.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 758	oui	non	non	non	non
7 000	oui	non	oui	non	oui
6 129	non	oui	non	oui	non
807	non	oui	non	non	non
965	non	non	oui	non	non

Sommes des chiffres :

$5\ 758 \rightarrow 5 + 7 + 5 + 8 = 25$

$7\ 000 \rightarrow 7 + 0 + 0 + 0 = 7$

$6\ 129 \rightarrow 6 + 1 + 2 + 9 = 18$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°359



CAPU0359

$$807 \rightarrow 8 + 0 + 7 = 15 \quad 965 \rightarrow 9 + 6 + 5 = 20$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $6 + 4 + \square = 10 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 12; \square = 8 : 18$$

2 solutions : 642, 648.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 13 se termine par 3, mais $13 = 3 \times 4 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 3 est un diviseur de 64. » **Faux.** $64 = 3 \times 21 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 24 + 9 \times 3 = 24 + 27 = 51$

$$B = 2 + 10 \div 2 \times 3 = 2 + 5 \times 3 = 2 + 15 = 17$$

$$C = (5 + 8) \times 3 - 20 = 13 \times 3 - 20 = 39 - 20 = 19$$

$$D = 3 \times [29 - (8 + 9)] = 3 \times [29 - 17] = 3 \times 12 = 36$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(9 - 2 + 3) \times 8 = (7 + 3) \times 8 = 10 \times 8 = 80$$

$$6 + (5 + 6) \times 3 = 6 + 11 \times 3 = 6 + 33 = 39$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 2 \times 85 \times 50 = 2 \times 50 \times 85 = 100 \times 85 = 8\,500$$

$$F = 19 \times 99 = 19 \times (100 - 1) = 19 \times 100 - 19 \times 1 = 1\,900 - 19 = 1\,881$$

$$G = 42 \times 59 - 42 \times 49 = 42 \times (59 - 49) = 42 \times 10 = 420$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $6 \times 6 = 6^2$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « $(2 + 1)^2 = 2^2 + 1^2$ » **Faux.** $(2 + 1)^2 = 3^2 = 9$, alors que $2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5$.

$$\text{« } 3^3 = 9 \text{ » Faux. } 3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27, \text{ et non } 3 \times 3.$$

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$34 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 34 < 36 = 6^2) \quad 49 = 7^2 : \text{carré}$$

$$113 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 113 < 121 = 11^2) \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$

$$136 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 136 < 144 = 12^2) \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 2^2 - 4 = 3 \times 4 - 4 = 12 - 4 = 8$

$B = (3 \times 2)^2 - 4 = 6^2 - 4 = 36 - 4 = 32$

$C = 6^2 + 3^2 = 36 + 9 = 45$

$D = (6 + 3)^2 = 9^2 = 81$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $n = 6$: $n^2 + 30 = 6^2 + 30 = 36 + 30 = 66$ et $11n = 11 \times 6 = 66$.

66 = 66 : l'égalité est vraie pour $n = 6$.

Pour $n = 3$: $n^2 + 30 = 3^2 + 30 = 9 + 30 = 39$ et $11n = 11 \times 3 = 33$.

39 $\neq$ 33 : l'égalité est fausse pour $n = 3$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 5$, et seulement pour 6 et 5.)

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 81 : $9 \times 9 = 81$, c'est-à-dire $9^2 = 81$.

a) Le côté mesure 9 m.

$4 \times 9 = 36$

b) Le périmètre est de 36 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 $\times$ côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 47 et 99. » $\rightarrow$ encore 51 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 49, 64, 81.

« Je ne suis pas divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 49, 64.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 64.

Le nombre mystère est 64 ($64 = 8^2$ et $64 = 4^3$).