



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°36



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré du double de 3.
- **B** est le double du carré de 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (5 + 4)^2 \quad D = (2 + 3)^3 \quad E = 9 + 56 \div 7$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

271 divisé par 6 2 405 divisé par 14

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 282 par 13 ? Justifier.

$$(a) 282 = 13 \times 22 - 4 \quad (b) 282 = 13 \times 21 + 9 \quad (c) 282 = 13 \times 20 + 22$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 316 pages. Nina en lit 30 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
565					
2 620					
681					
4 329					
3 968					

2. Dans le nombre $50\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 7 est un diviseur de 84.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°36



CAPU0036

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 14 + 3 \times 6 \quad B = 8 \times 4 - 4 \times 4$$

$$C = (4 + 6) \times 5 - 15 \quad D = 3 \times [23 - (4 + 9)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 - 3 + 4 - 3 = 2 \quad 8 \times 2 + 5 + 2 = 72$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 4 \times 23 \times 25 \quad F = 31 \times 11 \quad G = 1,5 \times 1,3 + 1,5 \times 8,7$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 + 4 + 4 \quad 5 \times 5 \times 5 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 10 \times 10$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 2^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad 7^2 = 14 \quad (3 + 2)^2 = 3^2 + 2^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

25 ; 64 ; 66 ; 14 ; 125 ; 100

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 6^2 - 1 \quad B = (4 \times 6)^2 - 1$$

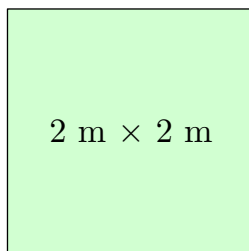
$$C = 3^2 + 4^2 \quad D = (3 + 4)^2$$

2. On pose $A = 3x^2 - 2$ et $B = (3x)^2 - 2$. Calculer A et B pour $x = 5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 2 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 20 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 67 et 121.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 \times 3)^2 = 6^2 = 36$

$B = 2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (5 + 4)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 5 et 4.

$D = (2 + 3)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 2 et 3.

$E = 9 + 56 \div 7$ est une **somme** : c'est la somme de 9 et du quotient de 56 par 7.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 45 = 270 \leq 271 < 276 = 6 \times 46$: le quotient est 45, le reste $271 - 270 = 1$.

$271 = 6 \times 45 + 1$, avec $1 < 6$.

$14 \times 171 = 2\,394 \leq 2\,405 < 2\,408 = 14 \times 172$: le quotient est 171, le reste $2\,405 - 2\,394 = 11$.

$2\,405 = 14 \times 171 + 11$, avec $11 < 14$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 13 » :

(a) $282 = 13 \times 22 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $282 = 13 \times 21 + 9$: le reste 9 est bien inférieur à 13. ✓

(c) $282 = 13 \times 20 + 22$: le « reste » 22 est plus grand que 13, on pouvait encore mettre 13 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 21, reste 9.

Comme $9 < 21$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 282 par 21 : quotient 13, reste 9.

3. $316 = 30 \times 10 + 16$

En 10 soirs, elle lit 300 pages ; il lui en reste encore 16.

a) **Il lui faut $10 + 1 = 11$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 16 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
565	non	non	oui	non	non
2 620	oui	non	oui	non	oui
681	non	oui	non	non	non
4 329	non	oui	non	oui	non
3 968	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°36



CAPU0036

Sommes des chiffres :

$$565 \rightarrow 5 + 6 + 5 = 16 \quad 2\,620 \rightarrow 2 + 6 + 2 + 0 = 10 \quad 681 \rightarrow 6 + 8 + 1 = 15$$

$$4\,329 \rightarrow 4 + 3 + 2 + 9 = 18 \quad 3\,968 \rightarrow 3 + 9 + 6 + 8 = 26$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $5 + 0 + \square = 5 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 4 : 9$$

Une seule solution : 504.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 98 est pair mais $98 = 3 \times 32 + 2$.

« 7 est un diviseur de 84. » **Vrai.** $84 = 7 \times 12$: le reste de la division de 84 par 7 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 14 + 3 \times 6 = 14 + 18 = 32$

$$B = 8 \times 4 - 4 \times 4 = 32 - 16 = 16$$

$$C = (4 + 6) \times 5 - 15 = 10 \times 5 - 15 = 50 - 15 = 35$$

$$D = 3 \times [23 - (4 + 9)] = 3 \times [23 - 13] = 3 \times 10 = 30$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$6 - (3 + 4 - 3) = 6 - (7 - 3) = 6 - 4 = 2$$

$$8 \times (2 + 5 + 2) = 8 \times (7 + 2) = 8 \times 9 = 72$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 4 \times 23 \times 25 = 4 \times 25 \times 23 = 100 \times 23 = 2\,300$$

$$F = 31 \times 11 = 31 \times (10 + 1) = 31 \times 10 + 31 \times 1 = 310 + 31 = 341$$

$$G = 1,5 \times 1,3 + 1,5 \times 8,7 = 1,5 \times (1,3 + 8,7) = 1,5 \times 10 = 15$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $10 \times 10 = 10^2$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

« $7^2 = 14$ » **Faux.** $7^2 = 7 \times 7 = 49$. L'exposant ne multiplie pas : $7 \times 2 = 14$, c'est le double.

« $(3 + 2)^2 = 3^2 + 2^2$ » **Faux.** $(3 + 2)^2 = 5^2 = 25$, alors que $3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$14 : \text{ni l'un ni l'autre } (3^2 = 9 < 14 < 16 = 4^2) \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 66 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 66 < 81 = 9^2)$$

$$100 = 10^2 : \text{carré} \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 6^2 - 1 = 4 \times 36 - 1 = 144 - 1 = 143$

$$B = (4 \times 6)^2 - 1 = 24^2 - 1 = 576 - 1 = 575$$

$$C = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

$$D = (3 + 4)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par 5 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 3x^2 - 2 = 3 \times 5^2 - 2 = 3 \times 25 - 2 = 75 - 2 = 73$$

$$B = (3x)^2 - 2 = (3 \times 5)^2 - 2 = 15^2 - 2 = 225 - 2 = 223$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit $3x$ tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ et $100 \div 20 = 5$: il y a 5 carreaux par mètre.

$$2 \times 5 = 10$$

a) Il faut 10 carreaux le long d'un côté.

$$10 \text{ rangées de } 10 \text{ carreaux : } 10^2 = 10 \times 10 = 100$$

b) Il faut 100 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 67 et 121. » $\rightarrow$ encore 53 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 81, 100.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 100.

Le nombre mystère est 100 ($100 = 10^2$).