



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°360



CAPU0360

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme des carrés de 3 et de 2.
- **B** est le carré de la somme de 3 et 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 3 \times 8^2 - 16 \quad \mathbf{D} = (2 \times 5)^2 \quad \mathbf{E} = 13 + 24 \div 4$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

303 divisé par 5 2 138 divisé par 21

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 144 par 7 ? Justifier.

$$(a) 144 = 7 \times 20 + 4 \quad (b) 144 = 7 \times 21 - 3 \quad (c) 144 = 7 \times 19 + 11$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 117 élèves en sortie dans des minibus de 16 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 754					
6 093					
777					
4 610					
685					

2. Dans le nombre $2\square 2$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 7 est un diviseur de 154.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°360



CAPU0360

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 6 + 6 \times 9 \quad B = 2 + 24 \div 4 \times 2$$

$$C = 92 - 3 \times (12 - 8) \quad D = 5,5 + 5 \times 0,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 + 2 \times 2 + 2 = 24 \quad 8 - 5 + 4 - 7 = 6$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 12,5 \times 0,7 + 12,5 \times 0,3 \quad F = 8 \times 93 \times 125 \quad G = 13 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 \times 3 \times 3 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 6 + 6 + 6 \quad 10 \times 10$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 4^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,3^2 = 0,9 \quad 0^2 = 0 \quad 2 \times 6^2 = 12^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

133 ; 100 ; 64 ; 1 000 ; 81 ; 131

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 6^2 - 9 \quad B = (5 \times 6)^2 - 9$$

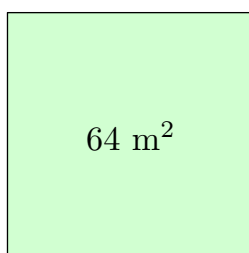
$$C = 1^2 + 7^2 \quad D = (1 + 7)^2$$

2. On pose $A = 3x^2 - 1$ et $B = (3x)^2 - 1$. Calculer A et B pour $x = 5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 64 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 13 et 67.

Je suis le cube d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 7.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13$

$$B = (3 + 2)^2 = 5^2 = 25$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 3 \times 8^2 - 16$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 3 par le carré de 8 et 16.

$$D = (2 \times 5)^2 \text{ est un } \mathbf{carré} : \text{c'est le carré du double de 5.}$$

$$E = 13 + 24 \div 4 \text{ est une } \mathbf{somme} : \text{c'est la somme de 13 et du quotient de 24 par 4.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 60 = 300 \leq 303 < 305 = 5 \times 61$: le quotient est 60, le reste $303 - 300 = 3$.

$$\mathbf{303 = 5 \times 60 + 3}, \text{ avec } 3 < 5.$$

$$21 \times 101 = 2\,121 \leq 2\,138 < 2\,142 = 21 \times 102 : \text{le quotient est 101, le reste } 2\,138 - 2\,121 = 17.$$

$$\mathbf{2\,138 = 21 \times 101 + 17}, \text{ avec } 17 < 21.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $144 = 7 \times 20 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 7. ✓

(b) $144 = 7 \times 21 - 3$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $144 = 7 \times 19 + 11$: le « reste » 11 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 20, reste 4.

Comme $4 < 20$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 144 par 20 : quotient 7, reste 4.

3. $117 = 16 \times 7 + 5$

7 minibus pleins transportent 112 élèves ; il en reste 5 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $7 + 1 = 8$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $16 - 5 = 11$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 754	oui	non	non	non	non
6 093	non	oui	non	oui	non
777	non	oui	non	non	non
4 610	oui	non	oui	non	oui
685	non	non	oui	non	non

Sommes des chiffres :

$$9\ 754 \rightarrow 9 + 7 + 5 + 4 = 25 \quad 6\ 093 \rightarrow 6 + 0 + 9 + 3 = 18 \quad 777 \rightarrow 7 + 7 + 7 = 21$$

$$4\ 610 \rightarrow 4 + 6 + 1 + 0 = 11 \quad 685 \rightarrow 6 + 8 + 5 = 19$$

2. Somme des chiffres : $2 + \square + 2 = 4 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 5 : 9$$

Une seule solution : 252.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai**. Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 981, somme des chiffres 18.

« 7 est un diviseur de 154. » **Vrai**. $154 = 7 \times 22$: le reste de la division de 154 par 7 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 6 + 6 \times 9 = 6 + 54 = 60$

$$B = 2 + 24 \div 4 \times 2 = 2 + 6 \times 2 = 2 + 12 = 14$$

$$C = 92 - 3 \times (12 - 8) = 92 - 3 \times 4 = 92 - 12 = 80$$

$$D = 5,5 + 5 \times 0,2 = 5,5 + 1 = 6,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(9 + 2) \times 2 + 2 = 11 \times 2 + 2 = 22 + 2 = 24$$

$$8 - (5 + 4 - 7) = 8 - (9 - 7) = 8 - 2 = 6$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 12,5 \times 0,7 + 12,5 \times 0,3 = 12,5 \times (0,7 + 0,3) = 12,5 \times 1 = 12,5$$

$$F = 8 \times 93 \times 125 = 8 \times 125 \times 93 = 1\ 000 \times 93 = 93\ 000$$

$$G = 13 \times 99 = 13 \times (100 - 1) = 13 \times 100 - 13 \times 1 = 1\ 300 - 13 = 1\ 287$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°360



CAPU0360

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $10 \times 10 = 10^2$

$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $6^3 = 216$.

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $0,3^2 = 0,9$ » **Faux**. $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

« $0^2 = 0$ » **Vrai**. $0 \times 0 = 0$.

« $2 \times 6^2 = 12^2$ » **Faux**. $2 \times 6^2 = 2 \times 36 = 72$, alors que $12^2 = 144$. Le carré ne porte que sur 6.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube** ! $81 = 9^2$: **carré**

$100 = 10^2$: **carré** 131 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 131 < 144 = 12^2$)

133 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 133 < 144 = 12^2$) $1\ 000 = 10^3$: **cube**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 6^2 - 9 = 5 \times 36 - 9 = 180 - 9 = 171$

$B = (5 \times 6)^2 - 9 = 30^2 - 9 = 900 - 9 = 891$

$C = 1^2 + 7^2 = 1 + 49 = 50$

$D = (1 + 7)^2 = 8^2 = 64$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace x par 5 en rétablissant les signes $\times$.

$A = 3x^2 - 1 = 3 \times 5^2 - 1 = 3 \times 25 - 1 = 75 - 1 = 74$

$B = (3x)^2 - 1 = (3 \times 5)^2 - 1 = 15^2 - 1 = 225 - 1 = 224$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit $3x$ tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 64 : $8 \times 8 = 64$, c'est-à-dire $8^2 = 64$.

a) **Le côté mesure 8 m.**

$4 \times 8 = 32$

b) **Le périmètre est de 32 m.**

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 $\times$ côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 13 et 67. » $\rightarrow$ encore 53 possibilités.

« Je suis le cube d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 27, 64.

« Mon chiffre des unités est 7. » $\rightarrow$ reste : 27.

Le nombre mystère est 27 ($27 = 3^3$).