



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°361



CAPU0361

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 24 et 24 par 3.
- **B** est la somme de 24 et du quotient de 24 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 9^2 + 2^2 \quad D = (8 + 6) \times 2 \quad E = 2 \times 4^2 - 1$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

680 divisé par 6 1 536 divisé par 23

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 407 par 13 ? Justifier.

$$(a) 407 = 13 \times 30 + 17 \quad (b) 407 = 13 \times 31 + 4 \quad (c) 407 = 13 \times 32 - 9$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 108 élèves en sortie dans des minibus de 15 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 652					
485					
3 110					
897					
6 939					

2. Dans le nombre $89\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 152 est un multiple de 8.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°361



CAPU0361

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 33 - 6 + 7 \quad B = 8 \times 6 - 3 \times 5$$

$$C = (9 + 8) \times 2 - 12 \quad D = [5 + 2 \times (11 - 5)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 \times 3 + 6 + 8 = 80 \quad 3 + 8 - 3 \times 2 = 16$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 47 \times 11 \quad F = 4 \times 94 \times 25 \quad G = 48 \times 80 - 48 \times 70$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,7 \times 0,7 \quad 10 \times 10 \quad 7 + 7 + 7 \quad 4 \times 4 \times 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 3^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 7^2 = 14 \quad 1^3 = 1$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

102 ; 27 ; 144 ; 126 ; 64 ; 49

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 4^2 - 2 \quad B = (4 \times 4)^2 - 2$$

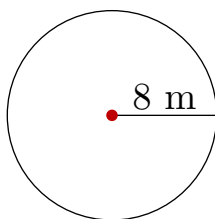
$$C = 6^2 + 4^2 \quad D = (6 + 4)^2$$

2. Calculer l'expression $(n + 5)^2$ pour $n = 6$, puis pour $n = 0,5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 8 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 2 et 44.

Je suis le cube d'un nombre entier.

Je suis divisible par 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°361



CAPU0361

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (24 + 24) \div 3 = 48 \div 3 = 16$

$B = 24 + 24 \div 3 = 24 + 8 = 32$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 9^2 + 2^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 9 et de 2.

$D = (8 + 6) \times 2$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 8 et 6 par 2.

$E = 2 \times 4^2 - 1$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 2 par le carré de 4 et 1.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 113 = 678 \leq 680 < 684 = 6 \times 114$: le quotient est 113, le reste $680 - 678 = 2$.

$680 = 6 \times 113 + 2$, avec $2 < 6$.

$23 \times 66 = 1\,518 \leq 1\,536 < 1\,541 = 23 \times 67$: le quotient est 66, le reste $1\,536 - 1\,518 = 18$.

$1\,536 = 23 \times 66 + 18$, avec $18 < 23$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 13 » :

(a) $407 = 13 \times 30 + 17$: le « reste » 17 est plus grand que 13, on pouvait encore mettre 13 une fois de plus.

(b) $407 = 13 \times 31 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 13. ✓

(c) $407 = 13 \times 32 - 9$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 31, reste 4.

Comme $4 < 31$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 407 par 31 : quotient 13, reste 4.

3. $108 = 15 \times 7 + 3$

7 minibus pleins transportent 105 élèves ; il en reste 3 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $7 + 1 = 8$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $15 - 3 = 12$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°361



CAPU0361

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 652	oui	non	non	non	non
485	non	non	oui	non	non
3 110	oui	non	oui	non	oui
897	non	oui	non	non	non
6 939	non	oui	non	oui	non

Sommes des chiffres :

$$6\ 652 \rightarrow 6 + 6 + 5 + 2 = 19 \quad 485 \rightarrow 4 + 8 + 5 = 17 \quad 3\ 110 \rightarrow 3 + 1 + 1 + 0 = 5$$

$$897 \rightarrow 8 + 9 + 7 = 24 \quad 6\ 939 \rightarrow 6 + 9 + 3 + 9 = 27$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $8 + 9 + \square = 17 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 4 : 21$$

Une seule solution : 894.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 152 est un multiple de 8. » **Vrai.** $152 = 8 \times 19$: le reste de la division de 152 par 8 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 33 - 6 + 7 = 27 + 7 = 34$

$$B = 8 \times 6 - 3 \times 5 = 48 - 15 = 33$$

$$C = (9 + 8) \times 2 - 12 = 17 \times 2 - 12 = 34 - 12 = 22$$

$$D = [5 + 2 \times (11 - 5)] \div 5 = [5 + 2 \times 6] \div 5 = [5 + 12] \div 5 = 17 \div 5 = 3,4$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$8 \times (3 + 6) + 8 = 8 \times 9 + 8 = 72 + 8 = 80$$

$$(3 + 8 - 3) \times 2 = (11 - 3) \times 2 = 8 \times 2 = 16$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 47 \times 11 = 47 \times (10 + 1) = 47 \times 10 + 47 \times 1 = 470 + 47 = 517$$

$$F = 4 \times 94 \times 25 = 4 \times 25 \times 94 = 100 \times 94 = 9\ 400$$

$$G = 48 \times 80 - 48 \times 70 = 48 \times (80 - 70) = 48 \times 10 = 480$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°361



CAPU0361

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $10 \times 10 = 10^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$

$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $7^3 = 343$.

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux**. Contre-exemple : $1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5$, qui n'est le carré d'aucun entier ($2^2 = 4$ et $3^2 = 9$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

« $7^2 = 14$ » **Faux**. $7^2 = 7 \times 7 = 49$. L'exposant ne multiplie pas : $7 \times 2 = 14$, c'est le double.

« $1^3 = 1$ » **Vrai**. $1 \times 1 \times 1 = 1$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$27 = 3^3$: **cube** $49 = 7^2$: **carré**

$64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube** ! 102 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 102 < 121 = 11^2$)

126 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 126 < 144 = 12^2$) $144 = 12^2$: **carré**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 4^2 - 2 = 4 \times 16 - 2 = 64 - 2 = 62$

$B = (4 \times 4)^2 - 2 = 16^2 - 2 = 256 - 2 = 254$

$C = 6^2 + 4^2 = 36 + 16 = 52$

$D = (6 + 4)^2 = 10^2 = 100$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $n = 6$: $(n + 5)^2 = (6 + 5)^2 = 11^2 = 121$

Pour $n = 0,5$: $(n + 5)^2 = (0,5 + 5)^2 = 5,5^2 = 30,25$

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 8^2 = \pi \times 64 = 64\pi$

a) **L'aire exacte est $64\pi \text{ m}^2$.**

$64 \times 3,14 = 200,96$

b) **L'aire vaut environ 201 m^2 .**

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 8^2$, et non $(\pi \times 8)^2$. On élève 8 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 2 et 44. » $\rightarrow$ encore 41 possibilités.

« Je suis le cube d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 8, 27.

« Je suis divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 27.

Le nombre mystère est 27 ($27 = 3^3$).