



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°362



CAPU0362

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 42 et 30 par 6.
- **B** est la somme de 42 et du quotient de 30 par 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (1 + 3)^3 \quad D = (1 + 7)^2 \quad E = 11 + 4 \times 9$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

817 divisé par 7 458 divisé par 12

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 293 par 9 ? Justifier.

$$(a) 293 = 9 \times 31 + 14 \quad (b) 293 = 9 \times 33 - 4 \quad (c) 293 = 9 \times 32 + 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collègue emmène 62 élèves en sortie dans des minibus de 16 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
365					
627					
8 610					
4 126					
9 621					

2. Dans le nombre $13\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 240 est un multiple de 8.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°362



CAPU0362

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 24 - 4 + 14 \quad B = 9 + 54 \div 9 \times 2$$

$$C = (7 \times 4 - 1) \div 5 \quad D = 2 \times [28 - (7 + 3)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 + 6 + 2 \times 7 = 62 \quad 6 \times 6 \times 5 - 9 = 126$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 4,5 \times 1,3 + 4,5 \times 8,7 \quad F = 12 \times 9 \quad G = 5 \times 64 \times 20$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 \times 4 \quad 7 + 7 + 7 \quad 5 \times 5 \times 5 \quad 1,5 \times 1,5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 4^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad 4^3 = 12 \quad 0,3^2 = 0,9$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

121 ; 47 ; 27 ; 101 ; 100 ; 64

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 4^2 - 2 \quad B = (3 \times 4)^2 - 2$$

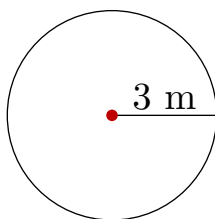
$$C = 7^2 + 1^2 \quad D = (7 + 1)^2$$

2. Calculer l'expression $(n + 6)^2$ pour $n = 4$, puis pour $n = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 3 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 56 et 94.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 9.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (42 + 30) \div 6 = 72 \div 6 = 12$

$B = 42 + 30 \div 6 = 42 + 5 = 47$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (1 + 3)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 1 et 3.

$D = (1 + 7)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 1 et 7.

$E = 11 + 4 \times 9$ est une **somme** : c'est la somme de 11 et du produit de 4 par 9.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 116 = 812 \leq 817 < 819 = 7 \times 117$: le quotient est 116, le reste $817 - 812 = 5$.

$817 = 7 \times 116 + 5$, avec $5 < 7$.

$12 \times 38 = 456 \leq 458 < 468 = 12 \times 39$: le quotient est 38, le reste $458 - 456 = 2$.

$458 = 12 \times 38 + 2$, avec $2 < 12$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $293 = 9 \times 31 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

(b) $293 = 9 \times 33 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $293 = 9 \times 32 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 9. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 32, reste 5.

Comme $5 < 32$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 293 par 32 : quotient 9, reste 5.

3. $62 = 16 \times 3 + 14$

3 minibus pleins transportent 48 élèves ; il en reste 14 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $3 + 1 = 4$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $16 - 14 = 2$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°362



CAPU0362

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
365	non	non	oui	non	non
627	non	oui	non	non	non
8 610	oui	oui	oui	non	oui
4 126	oui	non	non	non	non
9 621	non	oui	non	oui	non

Sommes des chiffres :

$$365 \rightarrow 3 + 6 + 5 = 14 \quad 627 \rightarrow 6 + 2 + 7 = 15 \quad 8\,610 \rightarrow 8 + 6 + 1 + 0 = 15$$

$$4\,126 \rightarrow 4 + 1 + 2 + 6 = 13 \quad 9\,621 \rightarrow 9 + 6 + 2 + 1 = 18$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $1 + 3 + \square = 4 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 6 ; \square = 8 : 12$$

2 solutions : 132, 138.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 108, somme des chiffres 9.

« 240 est un multiple de 8. » **Vrai.** $240 = 8 \times 30$: le reste de la division de 240 par 8 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 24 - 4 + 14 = 20 + 14 = 34$

$$B = 9 + 54 \div 9 \times 2 = 9 + 6 \times 2 = 9 + 12 = 21$$

$$C = (7 \times 4 - 1) \div 5 = (28 - 1) \div 5 = 27 \div 5 = 5,4$$

$$D = 2 \times [28 - (7 + 3)] = 2 \times [28 - 10] = 2 \times 18 = 36$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$6 + (6 + 2) \times 7 = 6 + 8 \times 7 = 6 + 56 = 62$$

$$6 \times (6 \times 5 - 9) = 6 \times (30 - 9) = 6 \times 21 = 126$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 4,5 \times 1,3 + 4,5 \times 8,7 = 4,5 \times (1,3 + 8,7) = 4,5 \times 10 = 45$$

$$F = 12 \times 9 = 12 \times (10 - 1) = 12 \times 10 - 12 \times 1 = 120 - 12 = 108$$

$$G = 5 \times 64 \times 20 = 5 \times 20 \times 64 = 100 \times 64 = 6\,400$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°362



CAPU0362

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $4 \times 4 = 4^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$

$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $7^3 = 343$.

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai**. $0 \times 0 = 0$.

« $4^3 = 12$ » **Faux**. $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$, et non 3×4 .

« $0,3^2 = 0,9$ » **Faux**. $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$27 = 3^3$: **cube** 47 : ni l'un ni l'autre ($6^2 = 36 < 47 < 49 = 7^2$)

$64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube!** $100 = 10^2$: **carré**

101 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 101 < 121 = 11^2$) $121 = 11^2$: **carré**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 4^2 - 2 = 3 \times 16 - 2 = 48 - 2 = 46$

$B = (3 \times 4)^2 - 2 = 12^2 - 2 = 144 - 2 = 142$

$C = 7^2 + 1^2 = 49 + 1 = 50$

$D = (7 + 1)^2 = 8^2 = 64$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $n = 4$: $(n + 6)^2 = (4 + 6)^2 = 10^2 = 100$

Pour $n = 10$: $(n + 6)^2 = (10 + 6)^2 = 16^2 = 256$

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 3^2 = \pi \times 9 = 9\pi$

a) **L'aire exacte est $9\pi \text{ m}^2$.**

$9 \times 3,14 = 28,26$

b) **L'aire vaut environ 28 m^2 .**

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 3^2$, et non $(\pi \times 3)^2$. On élève 3 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 56 et 94. » $\rightarrow$ encore 37 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 64, 81.

« Je suis divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).