



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°363



CAPU0363

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme des carrés de 7 et de 1.
- **B** est le carré de la somme de 7 et 1.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 11 - 2 \times 2 \quad \mathbf{D} = 10 + 9 \times 4 \quad \mathbf{E} = 5 \times (14 - 6)$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

861 divisé par 9 1 836 divisé par 16

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 115 par 8 ? Justifier.

$$(a) 115 = 8 \times 13 + 11 \quad (b) 115 = 8 \times 14 + 3 \quad (c) 115 = 8 \times 15 - 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes samedi.

- Combien de semaines complètes y a-t-il dans 31 jours ?
- Quel jour de la semaine serons-nous dans 31 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 460					
2 602					
4 113					
681					
835					

2. Dans le nombre $9\square 0$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 9 est un diviseur de 194.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°363



CAPU0363

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 8 + 6 \times 4 \quad B = 5 \times 5 - 3 \times 3$$

$$C = 82 - 3 \times (17 - 3) \quad D = [2 + 7 \times (12 - 4)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 + 5 - 3 + 9 = 2 \quad 2 + 8 \times 3 \times 4 = 120$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 4 \times 30 \times 25 \quad F = 36 \times 99 \quad G = 34 \times 41 - 34 \times 31$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2,5 \times 2,5 \quad 8 + 8 + 8 \quad 3 \times 3 \quad 6 \times 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 2^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 6 \quad 2^3 = 3^2 \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

97 ; 64 ; 121 ; 92 ; 25 ; 27

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 4^2 - 8 \quad B = (5 \times 4)^2 - 8$$

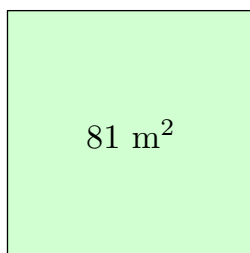
$$C = 7^2 + 5^2 \quad D = (7 + 5)^2$$

2. Calculer l'expression $6a^2$ pour $a = 4$, puis pour $a = 0,5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 81 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 216 et 264.
sible par 2.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divi-



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°363



CAPU0363

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 7^2 + 1^2 = 49 + 1 = 50$

$$B = (7 + 1)^2 = 8^2 = 64$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 11 - 2 \times 2$ est une **différence** : c'est la différence entre 11 et le produit de 2 par 2.

$$D = 10 + 9 \times 4$$
 est une **somme** : c'est la somme de 10 et du produit de 9 par 4.

$$E = 5 \times (14 - 6)$$
 est un **produit** : c'est le produit de 5 par la différence entre 14 et 6.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 95 = 855 \leq 861 < 864 = 9 \times 96$: le quotient est 95, le reste $861 - 855 = 6$.

$$861 = 9 \times 95 + 6, \text{ avec } 6 < 9.$$

$$16 \times 114 = 1\,824 \leq 1\,836 < 1\,840 = 16 \times 115$$
 : le quotient est 114, le reste $1\,836 - 1\,824 = 12$.

$$1\,836 = 16 \times 114 + 12, \text{ avec } 12 < 16.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $115 = 8 \times 13 + 11$: le « reste » 11 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

(b) $115 = 8 \times 14 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 8. ✓

(c) $115 = 8 \times 15 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 14, reste 3.

Comme $3 < 14$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 115 par 14 : quotient 8, reste 3.

3. $31 = 7 \times 4 + 3$

a) 31 jours font 4 semaines complètes et 3 jours.

Après 4 semaines complètes, on est de nouveau samedi. Il reste à avancer de 3 jours : samedi → dimanche → lundi → mardi.

b) Dans 31 jours, nous serons mardi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 460	oui	non	oui	non	oui
2 602	oui	non	non	non	non
4 113	non	oui	non	oui	non
681	non	oui	non	non	non
835	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°363



CAPU0363

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 9\,460 &\rightarrow 9 + 4 + 6 + 0 = 19 & 2\,602 &\rightarrow 2 + 6 + 0 + 2 = 10 & 4\,113 &\rightarrow 4 + 1 + 1 + 3 = 9 \\ 681 &\rightarrow 6 + 8 + 1 = 15 & 835 &\rightarrow 8 + 3 + 5 = 16 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $9 + \square + 0 = 9 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 9; \square = 3 : 12; \square = 6 : 15; \square = 9 : 18$$

4 solutions : 900, 930, 960, 990.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 73 se termine par 3, mais $73 = 3 \times 24 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 9 est un diviseur de 194. » **Faux.** $194 = 9 \times 21 + 5$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 8 + 6 \times 4 = 8 + 24 = 32$

$$B = 5 \times 5 - 3 \times 3 = 25 - 9 = 16$$

$$C = 82 - 3 \times (17 - 3) = 82 - 3 \times 14 = 82 - 42 = 40$$

$$D = [2 + 7 \times (12 - 4)] \div 2 = [2 + 7 \times 8] \div 2 = [2 + 56] \div 2 = 58 \div 2 = 29$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$9 + 5 - (3 + 9) = 9 + 5 - 12 = 14 - 12 = 2$$

$$(2 + 8) \times 3 \times 4 = 10 \times 3 \times 4 = 30 \times 4 = 120$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 4 \times 30 \times 25 = 4 \times 25 \times 30 = 100 \times 30 = 3\,000$$

$$F = 36 \times 99 = 36 \times (100 - 1) = 36 \times 100 - 36 \times 1 = 3\,600 - 36 = 3\,564$$

$$G = 34 \times 41 - 34 \times 31 = 34 \times (41 - 31) = 34 \times 10 = 340$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $3 \times 3 = 3^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « $2^3 = 6$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$, et non 3×2 .

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 27 = 3^3 : \text{cube}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 92 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 92 < 100 = 10^2)$$

$$97 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 97 < 100 = 10^2) \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°363



CAPU0363

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 4^2 - 8 = 5 \times 16 - 8 = 80 - 8 = 72$

$B = (5 \times 4)^2 - 8 = 20^2 - 8 = 400 - 8 = 392$

$C = 7^2 + 5^2 = 49 + 25 = 74$

$D = (7 + 5)^2 = 12^2 = 144$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $a = 4$: $6a^2 = 6 \times 4^2 = 6 \times 16 = 96$

Pour $a = 0,5$: $6a^2 = 6 \times 0,5^2 = 6 \times 0,25 = 1,5$

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 81 : $9 \times 9 = 81$, c'est-à-dire $9^2 = 81$.

a) Le côté mesure 9 m.

$4 \times 9 = 36$

b) Le périmètre est de 36 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 × côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 216 et 264. » → encore 47 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » → reste : 225, 256.

« Je ne suis pas divisible par 2. » → reste : 225.

Le nombre mystère est 225 ($225 = 15^2$).