



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°364



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 3 et 9 par 2.
- **B** est la somme de 3 et du produit de 9 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 3^2 + 2^2 \quad \mathbf{D} = (7 + 1) \div 4 \quad \mathbf{E} = (2 \times 4)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

454 divisé par 7 954 divisé par 25

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 94 par 8 ? Justifier.

$$(a) 94 = 8 \times 11 + 6 \quad (b) 94 = 8 \times 10 + 14 \quad (c) 94 = 8 \times 12 - 2$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 235 pages. Nina en lit 25 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 139					
111					
4 582					
3 340					
545					

2. Dans le nombre $1\square3$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 166 est un multiple de 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°364



CAPU0364

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 84 - 3 \times 5 \quad B = 9 \times 9 - 2 \times 6$$

$$C = (5 \times 7 - 8) \div 2 \quad D = [3 + 6 \times (11 - 1)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 \times 8 + 5 + 4 = 82 \quad 4 - 3 + 3 \times 4 = 16$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 29 + 0,75 + 71 \quad F = 18 \times 11 \quad G = 4,5 \times 0,8 + 4,5 \times 0,2$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 \times 4 \times 4 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 6 \times 6 \quad 6 + 6 + 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 5^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad 2 \times 4^2 = 8^2 \quad 5^3 = 15$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

64 ; 16 ; 136 ; 90 ; 144 ; 8

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 3^2 - 1 \quad B = (5 \times 3)^2 - 1$$

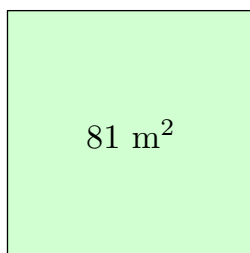
$$C = 4^2 + 2^2 \quad D = (4 + 2)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 12 = 8x$ est-elle vraie pour $x = 6$? Pour $x = 5$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 81 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 36.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°364



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (3 + 9) \times 2 = 12 \times 2 = 24$

$B = 3 + 9 \times 2 = 3 + 18 = 21$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 3^2 + 2^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 3 et de 2.

$D = (7 + 1) \div 4$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 7 et 1 par 4.

$E = (2 \times 4)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 64 = 448 \leq 454 < 455 = 7 \times 65$: le quotient est 64, le reste $454 - 448 = 6$.

$454 = 7 \times 64 + 6$, avec $6 < 7$.

$25 \times 38 = 950 \leq 954 < 975 = 25 \times 39$: le quotient est 38, le reste $954 - 950 = 4$.

$954 = 25 \times 38 + 4$, avec $4 < 25$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $94 = 8 \times 11 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 8. ✓

(b) $94 = 8 \times 10 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

(c) $94 = 8 \times 12 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 11, reste 6.

Comme $6 < 11$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 94 par 11 : quotient 8, reste 6.

3. $235 = 25 \times 9 + 10$

En 9 soirs, elle lit 225 pages ; il lui en reste encore 10.

a) **Il lui faut $9 + 1 = 10$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 10 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 139	non	oui	non	oui	non
111	non	oui	non	non	non
4 582	oui	non	non	non	non
3 340	oui	non	oui	non	oui
545	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°364



CAPU0364

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 5\,139 \rightarrow 5 + 1 + 3 + 9 = 18 & 111 \rightarrow 1 + 1 + 1 = 3 & 4\,582 \rightarrow 4 + 5 + 8 + 2 = 19 \\ 3\,340 \rightarrow 3 + 3 + 4 + 0 = 10 & 545 \rightarrow 5 + 4 + 5 = 14 & \end{array}$$

2. Somme des chiffres : $1 + \square + 3 = 4 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 6 ; \square = 5 : 9 ; \square = 8 : 12$$

3 solutions : 123, 153, 183.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 16 est pair mais $16 = 3 \times 5 + 1$.
« 166 est un multiple de 9. » **Faux.** $166 = 9 \times 18 + 4$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 84 - 3 \times 5 = 84 - 15 = 69$

$$B = 9 \times 9 - 2 \times 6 = 81 - 12 = 69$$

$$C = (5 \times 7 - 8) \div 2 = (35 - 8) \div 2 = 27 \div 2 = 13,5$$

$$D = [3 + 6 \times (11 - 1)] \div 5 = [3 + 6 \times 10] \div 5 = [3 + 60] \div 5 = 63 \div 5 = 12,6$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$6 \times (8 + 5) + 4 = 6 \times 13 + 4 = 78 + 4 = 82$$

$$(4 - 3 + 3) \times 4 = (1 + 3) \times 4 = 4 \times 4 = 16$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 29 + 0,75 + 71 = 29 + 71 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

$$F = 18 \times 11 = 18 \times (10 + 1) = 18 \times 10 + 18 \times 1 = 180 + 18 = 198$$

$$G = 4,5 \times 0,8 + 4,5 \times 0,2 = 4,5 \times (0,8 + 0,2) = 4,5 \times 1 = 4,5$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $6 \times 6 = 6^2$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$

3. « $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

$$\text{« } 2 \times 4^2 = 8^2 \text{ » Faux. } 2 \times 4^2 = 2 \times 16 = 32, \text{ alors que } 8^2 = 64. \text{ Le carré ne porte que sur 4.}$$

$$\text{« } 5^3 = 15 \text{ » Faux. } 5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125, \text{ et non } 3 \times 5.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 16 = 4^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 90 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 90 < 100 = 10^2)$$

$$136 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 136 < 144 = 12^2) \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°364



CAPU0364

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 3^2 - 1 = 5 \times 9 - 1 = 45 - 1 = 44$

$$B = (5 \times 3)^2 - 1 = 15^2 - 1 = 225 - 1 = 224$$

$$C = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$$

$$D = (4 + 2)^2 = 6^2 = 36$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×3 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On calcule séparément chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } x = 6 : x^2 + 12 = 6^2 + 12 = 36 + 12 = 48 \text{ et } 8x = 8 \times 6 = 48.$$

48 = 48 : l'égalité est vraie pour $x = 6$.

$$\text{Pour } x = 5 : x^2 + 12 = 5^2 + 12 = 25 + 12 = 37 \text{ et } 8x = 8 \times 5 = 40.$$

37 $\neq$ 40 : l'égalité est fausse pour $x = 5$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 2$, et seulement pour 6 et 2.)

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 81 : $9 \times 9 = 81$, c'est-à-dire $9^2 = 81$.

a) Le côté mesure 9 m.

$$4 \times 9 = 36$$

b) Le périmètre est de 36 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 $\times$ côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 36. » $\rightarrow$ encore 34 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 4, 9, 16, 25.

« Je suis divisible par 5. » $\rightarrow$ reste : 25.

Le nombre mystère est 25 ($25 = 5^2$).