



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°365



CAPU0365

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le double du carré de 4.
- **B** est le carré du double de 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 5^2 + 3^2 \quad \mathbf{D} = (3 + 1)^3 \quad \mathbf{E} = (27 + 3) \div 5$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

905 divisé par 4 2 460 divisé par 21

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 50 par 6 ? Justifier.

$$(a) 50 = 6 \times 8 + 2 \quad (b) 50 = 6 \times 7 + 8 \quad (c) 50 = 6 \times 9 - 4$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 54 cartes (avec les jokers) entre 5 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
987					
955					
2 818					
1 060					
7 551					

2. Dans le nombre $6\square3$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 5 est un diviseur de 120.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°365



Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 25 + 9 \times 8 \quad B = 6 \times 7 - 6 \times 4$$

$$C = (4 + 3) \times 5 - 11 \quad D = 4 \times [39 - (8 + 5)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 + 8 + 6 \times 6 = 126 \quad 8 + 7 + 3 \times 6 = 68$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 46 \times 11 \quad F = 12,5 \times 0,8 + 12,5 \times 0,2 \quad G = 26 + 0,75 + 74$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$8 \times 8 \quad 1,5 \times 1,5 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 6 + 6 + 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 2^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$3 \times 5^2 = 15^2 \quad 0,2^2 = 0,4 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

120 ; 100 ; 24 ; 62 ; 27 ; 16

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 3^2 - 5 \quad B = (3 \times 3)^2 - 5$$

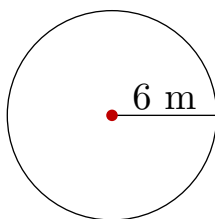
$$C = 6^2 + 2^2 \quad D = (6 + 2)^2$$

2. Calculer l'expression $(n + 4)^2$ pour $n = 2$, puis pour $n = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 6 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 67 et 121.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°365



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2 \times 4^2 = 2 \times 16 = 32$

$B = (2 \times 4)^2 = 8^2 = 64$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 5^2 + 3^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 5 et de 3.

$D = (3 + 1)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 3 et 1.

$E = (27 + 3) \div 5$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 27 et 3 par 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 226 = 904 \leq 905 < 908 = 4 \times 227$: le quotient est 226, le reste $905 - 904 = 1$.

$905 = 4 \times 226 + 1$, avec $1 < 4$.

$21 \times 117 = 2\,457 \leq 2\,460 < 2\,478 = 21 \times 118$: le quotient est 117, le reste $2\,460 - 2\,457 = 3$.

$2\,460 = 21 \times 117 + 3$, avec $3 < 21$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 6 » :

(a) $50 = 6 \times 8 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 6. ✓

(b) $50 = 6 \times 7 + 8$: le « reste » 8 est plus grand que 6, on pouvait encore mettre 6 une fois de plus.

(c) $50 = 6 \times 9 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 8, reste 2.

Comme $2 < 8$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 50 par 8 : quotient 6, reste 2.

3. $54 = 5 \times 10 + 4$, avec $4 < 5$

a) **Chaque joueur reçoit 10 cartes.**

b) **La pioche contient 4 cartes.**

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 5 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
987	non	oui	non	non	non
955	non	non	oui	non	non
2 818	oui	non	non	non	non
1 060	oui	non	oui	non	oui
7 551	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°365



CAPU0365

Sommes des chiffres :

$$987 \rightarrow 9 + 8 + 7 = 24 \quad 955 \rightarrow 9 + 5 + 5 = 19 \quad 2\,818 \rightarrow 2 + 8 + 1 + 8 = 19$$

$$1\,060 \rightarrow 1 + 0 + 6 + 0 = 7 \quad 7\,551 \rightarrow 7 + 5 + 5 + 1 = 18$$

2. Somme des chiffres : $6 + \square + 3 = 9 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 0 : 9 ; \square = 9 : 18$$

2 solutions : 603, 693.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 5 est un diviseur de 120. » **Vrai.** $120 = 5 \times 24$: le reste de la division de 120 par 5 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 25 + 9 \times 8 = 25 + 72 = 97$

$$B = 6 \times 7 - 6 \times 4 = 42 - 24 = 18$$

$$C = (4 + 3) \times 5 - 11 = 7 \times 5 - 11 = 35 - 11 = 24$$

$$D = 4 \times [39 - (8 + 5)] = 4 \times [39 - 13] = 4 \times 26 = 104$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(7 + 8 + 6) \times 6 = (15 + 6) \times 6 = 21 \times 6 = 126$$

$$8 + (7 + 3) \times 6 = 8 + 10 \times 6 = 8 + 60 = 68$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 46 \times 11 = 46 \times (10 + 1) = 46 \times 10 + 46 \times 1 = 460 + 46 = 506$$

$$F = 12,5 \times 0,8 + 12,5 \times 0,2 = 12,5 \times (0,8 + 0,2) = 12,5 \times 1 = 12,5$$

$$G = 26 + 0,75 + 74 = 26 + 74 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $8 \times 8 = 8^2 \quad 1,5 \times 1,5 = 1,5^2 \quad 4 \times 4 \times 4 = 4^3$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81 \quad 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \quad 0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $3 \times 5^2 = 15^2$ » **Faux.** $3 \times 5^2 = 3 \times 25 = 75$, alors que $15^2 = 225$. Le carré ne porte que sur 5.

« $0,2^2 = 0,4$ » **Faux.** $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

« $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 24 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 24 < 25 = 5^2)$$

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 62 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 62 < 64 = 8^2)$$

$$100 = 10^2 : \text{carré} \quad 120 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 120 < 121 = 11^2)$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 3^2 - 5 = 3 \times 9 - 5 = 27 - 5 = 22$

$$B = (3 \times 3)^2 - 5 = 9^2 - 5 = 81 - 5 = 76$$

$$C = 6^2 + 2^2 = 36 + 4 = 40$$

$$D = (6 + 2)^2 = 8^2 = 64$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×3 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } n = 2 : (n + 4)^2 = (2 + 4)^2 = 6^2 = 36$$

$$\text{Pour } n = 10 : (n + 4)^2 = (10 + 4)^2 = 14^2 = 196$$

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 6^2 = \pi \times 36 = 36\pi$

a) L'aire exacte est $36\pi \text{ m}^2$.

$$36 \times 3,14 = 113,04$$

b) L'aire vaut environ 113 m^2 .

Le carré porte sur le rayon seul : $\pi \times 6^2$, et non $(\pi \times 6)^2$. On élève 6 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 67 et 121. » $\rightarrow$ encore 53 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 81, 100.

« Je suis divisible par 5. » $\rightarrow$ reste : 100.

Le nombre mystère est 100 ($100 = 10^2$).