



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°366



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 9 et du produit de 3 par 4.
- **B** est le produit de la somme de 9 et 3 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 2 \times 9^2 \quad D = 5^2 + 4^2 \quad E = 3 \times 3^2 - 17$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

185 divisé par 4 1 315 divisé par 13

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 469 par 12 ? Justifier.

$$(a) 469 = 12 \times 40 - 11 \quad (b) 469 = 12 \times 38 + 13 \quad (c) 469 = 12 \times 39 + 1$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 118 pages. Nina en lit 18 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
897					
8 470					
8 408					
9 837					
365					

2. Dans le nombre $8\square4$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 7 est un diviseur de 158.



Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 30 + 7 \times 7 \quad B = 17 + 81 \div 9 \times 3$$

$$C = (9 \times 5 - 7) \div 2 \quad D = 5 \times [27 - (6 + 7)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 - 3 + 7 - 8 = 7 \quad 3 + 8 - 3 - 3 = 11$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 2 \times 73 \times 5 \quad F = 44 \times 9 \quad G = 16 \times 77 + 16 \times 23$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2 \times 2 \times 2 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 4 \times 4 \quad 5 + 5 + 5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 3^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$9^2 = 18 \quad 0^2 = 0 \quad 2^3 = 6$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

98 ; 16 ; 137 ; 1 000 ; 100 ; 105

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 6^2 - 5 \quad B = (2 \times 6)^2 - 5$$

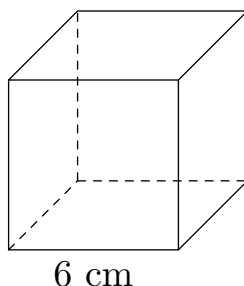
$$C = 7^2 + 3^2 \quad D = (7 + 3)^2$$

2. On pose $A = 5a^2 - 8$ et $B = (5a)^2 - 8$. Calculer A et B pour $a = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 6 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 137 et 194.
sible par 3.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divi-



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°366



CAPU0366

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 9 + 3 \times 4 = 9 + 12 = 21$

$B = (9 + 3) \times 4 = 12 \times 4 = 48$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2 \times 9^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 9.

$D = 5^2 + 4^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 5 et de 4.

$E = 3 \times 3^2 - 17$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 3 par le carré de 3 et 17.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 46 = 184 \leq 185 < 188 = 4 \times 47$: le quotient est 46, le reste $185 - 184 = 1$.

$185 = 4 \times 46 + 1$, avec $1 < 4$.

$13 \times 101 = 1\,313 \leq 1\,315 < 1\,326 = 13 \times 102$: le quotient est 101, le reste $1\,315 - 1\,313 = 2$.

$1\,315 = 13 \times 101 + 2$, avec $2 < 13$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $469 = 12 \times 40 - 11$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $469 = 12 \times 38 + 13$: le « reste » 13 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

(c) $469 = 12 \times 39 + 1$: le reste 1 est bien inférieur à 12. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 39, reste 1.

Comme $1 < 39$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 469 par 39 : quotient 12, reste 1.

3. $118 = 18 \times 6 + 10$

En 6 soirs, elle lit 108 pages ; il lui en reste encore 10.

a) **Il lui faut $6 + 1 = 7$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 10 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
897	non	oui	non	non	non
8 470	oui	non	oui	non	oui
8 408	oui	non	non	non	non
9 837	non	oui	non	oui	non
365	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°366



CAPU0366

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 897 &\rightarrow 8 + 9 + 7 = 24 & 8\,470 &\rightarrow 8 + 4 + 7 + 0 = 19 & 8\,408 &\rightarrow 8 + 4 + 0 + 8 = 20 \\ 9\,837 &\rightarrow 9 + 8 + 3 + 7 = 27 & 365 &\rightarrow 3 + 6 + 5 = 14 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $8 + \square + 4 = 12 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 12; \square = 3 : 15; \square = 6 : 18; \square = 9 : 21$$

4 solutions : 804, 834, 864, 894.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 954, somme des chiffres 18.

« 7 est un diviseur de 158. » **Faux.** $158 = 7 \times 22 + 4$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 30 + 7 \times 7 = 30 + 49 = 79$

$$B = 17 + 81 \div 9 \times 3 = 17 + 9 \times 3 = 17 + 27 = 44$$

$$C = (9 \times 5 - 7) \div 2 = (45 - 7) \div 2 = 38 \div 2 = 19$$

$$D = 5 \times [27 - (6 + 7)] = 5 \times [27 - 13] = 5 \times 14 = 70$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$9 - (3 + 7 - 8) = 9 - (10 - 8) = 9 - 2 = 7$$

$$3 + 8 - (3 - 3) = 3 + 8 - 0 = 11 - 0 = 11$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 2 \times 73 \times 5 = 2 \times 5 \times 73 = 10 \times 73 = 730$$

$$F = 44 \times 9 = 44 \times (10 - 1) = 44 \times 10 - 44 \times 1 = 440 - 44 = 396$$

$$G = 16 \times 77 + 16 \times 23 = 16 \times (77 + 23) = 16 \times 100 = 1\,600$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $4 \times 4 = 4^2$

$$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 5^3 = 125.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. « $9^2 = 18$ » **Faux.** $9^2 = 9 \times 9 = 81$. L'exposant ne multiplie pas : $9 \times 2 = 18$, c'est le double.

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

$$\text{« } 2^3 = 6 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8, \text{ et non } 3 \times 2.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 98 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 98 < 100 = 10^2)$$

$$100 = 10^2 : \text{carré} \quad 105 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 105 < 121 = 11^2)$$

$$137 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 137 < 144 = 12^2) \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 6^2 - 5 = 2 \times 36 - 5 = 72 - 5 = 67$

$$B = (2 \times 6)^2 - 5 = 12^2 - 5 = 144 - 5 = 139$$

$$C = 7^2 + 3^2 = 49 + 9 = 58$$

$$D = (7 + 3)^2 = 10^2 = 100$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×6 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace a par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 5a^2 - 8 = 5 \times 4^2 - 8 = 5 \times 16 - 8 = 80 - 8 = 72$$

$$B = (5a)^2 - 8 = (5 \times 4)^2 - 8 = 20^2 - 8 = 400 - 8 = 392$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 5a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 6 petits cubes sur 6 : $6^2 = 6 \times 6 = 36$.

a) On voit 36 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 6 couches de 36 petits cubes : $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$.

b) Il a utilisé 216 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $6 - 2 = 4$ petits cubes d'arête. $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$.

c) 64 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 137 et 194. » $\rightarrow$ encore 56 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 144, 169.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 169.

Le nombre mystère est 169 ($169 = 13^2$).