



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°367



CAPU0367

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 10 et du produit de 9 par 2.
- **B** est le produit de la somme de 10 et 9 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 8^2 - 19 \quad \mathbf{D} = 14 + 24 \div 4 \quad \mathbf{E} = (2 \times 4)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

616 divisé par 3 1 130 divisé par 11

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 93 par 11 ? Justifier.

$$(a) 93 = 11 \times 8 + 5 \quad (b) 93 = 11 \times 7 + 16 \quad (c) 93 = 11 \times 9 - 6$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 201 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
565					
9 206					
591					
2 100					
3 681					

2. Dans le nombre $5\square 3$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 108 est un multiple de 7.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°367



CAPU0367

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 36 - 4 + 15 \quad B = 15 + 8 \div 2 \times 4$$

$$C = (4 + 4) \times 5 - 3 \quad D = 3,2 + 2 \times 1,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 + 4 \times 8 + 9 = 105 \quad 8 + 2 \times 9 - 6 = 84$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 18 \times 9 \quad F = 5 \times 96 \times 20 \quad G = 28 \times 22 - 28 \times 12$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,7 \times 0,7 \quad 3 \times 3 \quad 5 \times 5 \times 5 \quad 9 + 9 + 9$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 2^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$(1 + 4)^2 = 1^2 + 4^2 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 1^3 = 1$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

109 ; 1 000 ; 63 ; 121 ; 21 ; 81

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 2^2 - 3 \quad B = (5 \times 2)^2 - 3$$

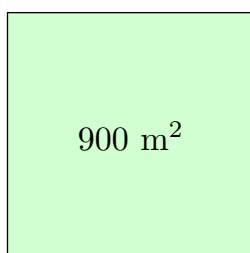
$$C = 4^2 + 7^2 \quad D = (4 + 7)^2$$

2. On pose $A = 5a^2 - 3$ et $B = (5a)^2 - 3$. Calculer A et B pour $a = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 900 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 52 et 103.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 5.

Je ne suis pas divisible par 2.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 10 + 9 \times 2 = 10 + 18 = 28$

$$B = (10 + 9) \times 2 = 19 \times 2 = 38$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 8^2 - 19$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 8 et 19.

$$D = 14 + 24 \div 4$$
 est une **somme** : c'est la somme de 14 et du quotient de 24 par 4.

$$E = (2 \times 4)^2$$
 est un **carré** : c'est le carré du double de 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $3 \times 205 = 615 \leq 616 < 618 = 3 \times 206$: le quotient est 205, le reste $616 - 615 = 1$.

$$616 = 3 \times 205 + 1, \text{ avec } 1 < 3.$$

$$11 \times 102 = 1\,122 \leq 1\,130 < 1\,133 = 11 \times 103$$
 : le quotient est 102, le reste $1\,130 - 1\,122 = 8$.

$$1\,130 = 11 \times 102 + 8, \text{ avec } 8 < 11.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $93 = 11 \times 8 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 11. ✓

(b) $93 = 11 \times 7 + 16$: le « reste » 16 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(c) $93 = 11 \times 9 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 8, reste 5.

Comme $5 < 8$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 93 par 8 : quotient 11, reste 5.

3. $201 = 6 \times 33 + 3$, avec $3 < 6$

a) Elle remplit **33 boîtes pleines**.

b) Il reste **3 œufs**.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
565	non	non	oui	non	non
9 206	oui	non	non	non	non
591	non	oui	non	non	non
2 100	oui	oui	oui	non	oui
3 681	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°367



CAPU0367

Sommes des chiffres :

$$565 \rightarrow 5 + 6 + 5 = 16 \quad 9\,206 \rightarrow 9 + 2 + 0 + 6 = 17 \quad 591 \rightarrow 5 + 9 + 1 = 15$$

$$2\,100 \rightarrow 2 + 1 + 0 + 0 = 3 \quad 3\,681 \rightarrow 3 + 6 + 8 + 1 = 18$$

2. Somme des chiffres : $5 + \square + 3 = 8 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 1 : 9 ; \square = 4 : 12 ; \square = 7 : 15$$

3 solutions : 513, 543, 573.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 74 est pair mais $74 = 3 \times 24 + 2$.

« 108 est un multiple de 7. » **Faux.** $108 = 7 \times 15 + 3$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 36 - 4 + 15 = 32 + 15 = 47$

$$B = 15 + 8 \div 2 \times 4 = 15 + 4 \times 4 = 15 + 16 = 31$$

$$C = (4 + 4) \times 5 - 3 = 8 \times 5 - 3 = 40 - 3 = 37$$

$$D = 3,2 + 2 \times 1,2 = 3,2 + 2,4 = 5,6$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(8 + 4) \times 8 + 9 = 12 \times 8 + 9 = 96 + 9 = 105$$

$$(8 + 2) \times 9 - 6 = 10 \times 9 - 6 = 90 - 6 = 84$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 18 \times 9 = 18 \times (10 - 1) = 18 \times 10 - 18 \times 1 = 180 - 18 = 162$$

$$F = 5 \times 96 \times 20 = 5 \times 20 \times 96 = 100 \times 96 = 9\,600$$

$$G = 28 \times 22 - 28 \times 12 = 28 \times (22 - 12) = 28 \times 10 = 280$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $3 \times 3 = 3^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

$$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 9^3 = 729.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. « $(1 + 4)^2 = 1^2 + 4^2$ » **Faux.** $(1 + 4)^2 = 5^2 = 25$, alors que $1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17$.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$, qui n'est le carré d'aucun entier ($3^2 = 9$ et $4^2 = 16$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$21 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 21 < 25 = 5^2) \quad 63 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 63 < 64 = 8^2)$$

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 109 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 109 < 121 = 11^2)$$

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°367



CAPU0367

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 2^2 - 3 = 5 \times 4 - 3 = 20 - 3 = 17$

$$B = (5 \times 2)^2 - 3 = 10^2 - 3 = 100 - 3 = 97$$

$$C = 4^2 + 7^2 = 16 + 49 = 65$$

$$D = (4 + 7)^2 = 11^2 = 121$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace a par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 5a^2 - 3 = 5 \times 4^2 - 3 = 5 \times 16 - 3 = 80 - 3 = 77$$

$$B = (5a)^2 - 3 = (5 \times 4)^2 - 3 = 20^2 - 3 = 400 - 3 = 397$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 5a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 900 : $30 \times 30 = 900$, c'est-à-dire $30^2 = 900$.

a) Le côté mesure 30 m.

$$4 \times 30 = 120$$

b) Le périmètre est de 120 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 × côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 52 et 103. » → encore 50 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » → reste : 64, 81, 100.

« Je ne suis pas divisible par 5. » → reste : 64, 81.

« Je ne suis pas divisible par 2. » → reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).