



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°368



CAPU0368

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 8 et 2 par 2.
- **B** est la différence entre 8 et le produit de 2 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (6 + 4)^2 \quad D = 17 + 56 \div 7 \quad E = 3 \times 4^2 - 16$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

686 divisé par 4 1 972 divisé par 26

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 111 par 10 ? Justifier.

$$(a) 111 = 10 \times 11 + 1 \quad (b) 111 = 10 \times 10 + 11 \quad (c) 111 = 10 \times 12 - 9$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 267 pages. Nina en lit 25 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 460					
3 627					
987					
275					
8 656					

2. Dans le nombre $8\square9$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 4 est un diviseur de 119.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°368



CAPU0368

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 51 - 2 + 5 \quad B = 36 \div 4 \times 3$$

$$C = 52 - 3 \times (20 - 3) \quad D = [3 + 5 \times (10 - 5)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 \times 4 \times 3 - 4 = 48 \quad 8 \times 9 - 6 + 2 = 26$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 2,7 \times 0,7 + 2,7 \times 0,3 \quad F = 39 \times 101 \quad G = 2 \times 46 \times 5$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,1 \times 1,1 \quad 6 \times 6 \quad 3 \times 3 \times 3 \quad 2 + 2 + 2$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 4^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad (3 + 4)^2 = 3^2 + 4^2 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

125 ; 81 ; 64 ; 144 ; 72 ; 47

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 6^2 - 5 \quad B = (3 \times 6)^2 - 5$$

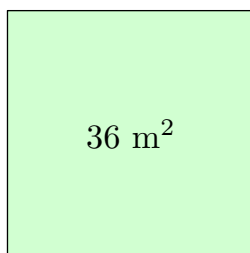
$$C = 1^2 + 5^2 \quad D = (1 + 5)^2$$

2. On pose $A = 4x^2 - 8$ et $B = (4x)^2 - 8$. Calculer A et B pour $x = 5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 36 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 89 et 148.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 9.

Mon chiffre des unités est 1.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°368



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (8 - 2) \times 2 = 6 \times 2 = 12$

$B = 8 - 2 \times 2 = 8 - 4 = 4$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (6 + 4)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 6 et 4.

$D = 17 + 56 \div 7$ est une **somme** : c'est la somme de 17 et du quotient de 56 par 7.

$E = 3 \times 4^2 - 16$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 3 par le carré de 4 et 16.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 171 = 684 \leq 686 < 688 = 4 \times 172$: le quotient est 171, le reste $686 - 684 = 2$.

$686 = 4 \times 171 + 2$, avec $2 < 4$.

$26 \times 75 = 1\,950 \leq 1\,972 < 1\,976 = 26 \times 76$: le quotient est 75, le reste $1\,972 - 1\,950 = 22$.

$1\,972 = 26 \times 75 + 22$, avec $22 < 26$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 10 » :

(a) $111 = 10 \times 11 + 1$: le reste 1 est bien inférieur à 10. ✓

(b) $111 = 10 \times 10 + 11$: le « reste » 11 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

(c) $111 = 10 \times 12 - 9$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 11, reste 1.

Comme $1 < 11$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 111 par 11 : quotient 10, reste 1.

3. $267 = 25 \times 10 + 17$

En 10 soirs, elle lit 250 pages ; il lui en reste encore 17.

a) Il lui faut $10 + 1 = 11$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 17 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 460	oui	non	oui	non	oui
3 627	non	oui	non	oui	non
987	non	oui	non	non	non
275	non	non	oui	non	non
8 656	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°368



CAPU0368

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 9\,460 &\rightarrow 9 + 4 + 6 + 0 = 19 & 3\,627 &\rightarrow 3 + 6 + 2 + 7 = 18 & 987 &\rightarrow 9 + 8 + 7 = 24 \\ 275 &\rightarrow 2 + 7 + 5 = 14 & 8\,656 &\rightarrow 8 + 6 + 5 + 6 = 25 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $8 + \square + 9 = 17 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 1 : 18$$

Une seule solution : 819.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 66 est divisible par 3 ($66 = 3 \times 22$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 12, n'est pas dans la table de 9).

« 4 est un diviseur de 119. » **Faux.** $119 = 4 \times 29 + 3$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 51 - 2 + 5 = 49 + 5 = 54$

$$B = 36 \div 4 \times 3 = 9 \times 3 = 27$$

$$C = 52 - 3 \times (20 - 3) = 52 - 3 \times 17 = 52 - 51 = 1$$

$$D = [3 + 5 \times (10 - 5)] \div 2 = [3 + 5 \times 5] \div 2 = [3 + 25] \div 2 = 28 \div 2 = 14$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$6 \times (4 \times 3 - 4) = 6 \times (12 - 4) = 6 \times 8 = 48$$

$$8 \times (9 - 6) + 2 = 8 \times 3 + 2 = 24 + 2 = 26$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 2,7 \times 0,7 + 2,7 \times 0,3 = 2,7 \times (0,7 + 0,3) = 2,7 \times 1 = 2,7$$

$$F = 39 \times 101 = 39 \times (100 + 1) = 39 \times 100 + 39 \times 1 = 3\,900 + 39 = 3\,939$$

$$G = 2 \times 46 \times 5 = 2 \times 5 \times 46 = 10 \times 46 = 460$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $6 \times 6 = 6^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 2^3 = 8.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$, qui n'est le carré d'aucun entier ($3^2 = 9$ et $4^2 = 16$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } (3 + 4)^2 = 3^2 + 4^2 \text{ » Faux. } (3 + 4)^2 = 7^2 = 49, \text{ alors que } 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25.$$

$$\text{« } 10^3 = 1\,000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$47 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 47 < 49 = 7^2) \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$

$$72 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 72 < 81 = 9^2) \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$

$$125 = 5^3 : \text{cube} \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 6^2 - 5 = 3 \times 36 - 5 = 108 - 5 = 103$

$$B = (3 \times 6)^2 - 5 = 18^2 - 5 = 324 - 5 = 319$$

$$C = 1^2 + 5^2 = 1 + 25 = 26$$

$$D = (1 + 5)^2 = 6^2 = 36$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×6 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace x par 5 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 4x^2 - 8 = 4 \times 5^2 - 8 = 4 \times 25 - 8 = 100 - 8 = 92$$

$$B = (4x)^2 - 8 = (4 \times 5)^2 - 8 = 20^2 - 8 = 400 - 8 = 392$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 4x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 36 : $6 \times 6 = 36$, c'est-à-dire $6^2 = 36$.

a) Le côté mesure 6 m.

$$4 \times 6 = 24$$

b) Le périmètre est de 24 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est côté², son périmètre $4 \times$ côté.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 89 et 148. » $\rightarrow$ encore 58 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 100, 121, 144.

« Je ne suis pas divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 100, 121.

« Mon chiffre des unités est 1. » $\rightarrow$ reste : 121.

Le nombre mystère est 121 ($121 = 11^2$).