



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°369



CAPU0369

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré du double de 5.
- **B** est le double du carré de 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 26 - 5 \times 3 \quad D = 15 + 4 \div 2 \quad E = 2 \times 7^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

761 divisé par 3 674 divisé par 26

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 204 par 9 ? Justifier.

$$(a) 204 = 9 \times 22 + 6 \quad (b) 204 = 9 \times 23 - 3 \quad (c) 204 = 9 \times 21 + 15$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 151 pages. Nina en lit 20 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
327					
445					
3 116					
2 673					
1 390					

2. Dans le nombre $8\square 8$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 184 est un multiple de 7.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°369



CAPU0369

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 52 - 2 \times 5 \quad B = 4 \times 7 - 4 \times 3$$

$$C = 58 - 2 \times (10 - 8) \quad D = [6 + 8 \times (7 - 4)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 + 3 + 6 \times 4 = 41 \quad 7 + 8 + 7 \times 7 = 154$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 1,5 \times 0,8 + 1,5 \times 0,2 \quad F = 28 \times 9 \quad G = 13 + 0,75 + 87$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2 \times 2 \times 2 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 7 + 7 + 7 \quad 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 5^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad 9^2 = 18 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

144 ; 125 ; 16 ; 84 ; 38 ; 80

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 6^2 - 8 \quad B = (3 \times 6)^2 - 8$$

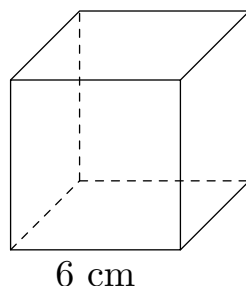
$$C = 1^2 + 7^2 \quad D = (1 + 7)^2$$

2. Calculer l'expression $n^3 + 9$ pour $n = 5$, puis pour $n = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 6 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 224 et 261. Je suis le carré d'un nombre entier. Je ne suis pas divisible par 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°369



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 \times 5)^2 = 10^2 = 100$

$B = 2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 26 - 5 \times 3$ est une **différence** : c'est la différence entre 26 et le produit de 5 par 3.

$D = 15 + 4 \div 2$ est une **somme** : c'est la somme de 15 et du quotient de 4 par 2.

$E = 2 \times 7^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 7.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $3 \times 253 = 759 \leq 761 < 762 = 3 \times 254$: le quotient est 253, le reste $761 - 759 = 2$.

$761 = 3 \times 253 + 2$, avec $2 < 3$.

$26 \times 25 = 650 \leq 674 < 676 = 26 \times 26$: le quotient est 25, le reste $674 - 650 = 24$.

$674 = 26 \times 25 + 24$, avec $24 < 26$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $204 = 9 \times 22 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 9. ✓

(b) $204 = 9 \times 23 - 3$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $204 = 9 \times 21 + 15$: le « reste » 15 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 22, reste 6.

Comme $6 < 22$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 204 par 22 : quotient 9, reste 6.

3. $151 = 20 \times 7 + 11$

En 7 soirs, elle lit 140 pages ; il lui en reste encore 11.

a) Il lui faut $7 + 1 = 8$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 11 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
327	non	oui	non	non	non
445	non	non	oui	non	non
3 116	oui	non	non	non	non
2 673	non	oui	non	oui	non
1 390	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°369



CAPU0369

Sommes des chiffres :

$$327 \rightarrow 3 + 2 + 7 = 12 \quad 445 \rightarrow 4 + 4 + 5 = 13 \quad 3\,116 \rightarrow 3 + 1 + 1 + 6 = 11$$

$$2\,673 \rightarrow 2 + 6 + 7 + 3 = 18 \quad 1\,390 \rightarrow 1 + 3 + 9 + 0 = 13$$

2. Somme des chiffres : $8 + \square + 8 = 16 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 18; \square = 5 : 21; \square = 8 : 24$$

3 solutions : 828, 858, 888.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 80 est pair mais $80 = 3 \times 26 + 2$.

« 184 est un multiple de 7. » **Faux.** $184 = 7 \times 26 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 52 - 2 \times 5 = 52 - 10 = 42$

$$B = 4 \times 7 - 4 \times 3 = 28 - 12 = 16$$

$$C = 58 - 2 \times (10 - 8) = 58 - 2 \times 2 = 58 - 4 = 54$$

$$D = [6 + 8 \times (7 - 4)] \div 2 = [6 + 8 \times 3] \div 2 = [6 + 24] \div 2 = 30 \div 2 = 15$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 + (3 + 6) \times 4 = 5 + 9 \times 4 = 5 + 36 = 41$$

$$(7 + 8 + 7) \times 7 = (15 + 7) \times 7 = 22 \times 7 = 154$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 1,5 \times 0,8 + 1,5 \times 0,2 = 1,5 \times (0,8 + 0,2) = 1,5 \times 1 = 1,5$$

$$F = 28 \times 9 = 28 \times (10 - 1) = 28 \times 10 - 28 \times 1 = 280 - 28 = 252$$

$$G = 13 + 0,75 + 87 = 13 + 87 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $3 \times 3 = 3^2$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

$$\text{« } 9^2 = 18 \text{ » Faux. } 9^2 = 9 \times 9 = 81. \text{ L'exposant ne multiplie pas : } 9 \times 2 = 18, \text{ c'est le double.}$$

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 38 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 38 < 49 = 7^2)$$

$$80 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 80 < 81 = 9^2) \quad 84 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 84 < 100 = 10^2)$$

$$125 = 5^3 : \text{cube} \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°369



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 6^2 - 8 = 3 \times 36 - 8 = 108 - 8 = 100$

$B = (3 \times 6)^2 - 8 = 18^2 - 8 = 324 - 8 = 316$

$C = 1^2 + 7^2 = 1 + 49 = 50$

$D = (1 + 7)^2 = 8^2 = 64$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $n = 5$: $n^3 + 9 = 5^3 + 9 = 125 + 9 = 134$

Pour $n = 10$: $n^3 + 9 = 10^3 + 9 = 1\,000 + 9 = 1\,009$

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 6 petits cubes sur 6 : $6^2 = 6 \times 6 = 36$.

a) On voit 36 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 6 couches de 36 petits cubes : $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$.

b) Il a utilisé 216 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $6 - 2 = 4$ petits cubes d'arête. $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$.

c) 64 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 224 et 261. » $\rightarrow$ encore 36 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 225, 256.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 256.

Le nombre mystère est 256 ($256 = 16^2$).